Proceedings of the Conference on Problem-based Learning in Engineering Education

17th May 2023

organised by the

Department of Basic Technical Studies

Faculty of Engineering University of Debrecen

Edited by Imre Kocsis

ISBN 978-963-490-524-0

www.mat.unideb.hu

Program Committee

Imre Kocsis PhD

Balázs Kulcsár PhD

Rita Nagy-Kondor PhD

Csaba Gábor Kézi PhD

Gusztáv Áron Szíki PhD

Adrienn Varga PhD

Organising Committee

Éva Ádámkó PhD

Csaba Gábor Kézi PhD

Erika Perge PhD

Attila Vámosi

Contents

A 2020-as NAT szerint módosult matematika érettségi követelmények várható hatása az egyetemi oktatásra

HOMOLYA[1], SZ., ROZGONYI[2], E.

[1]Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Kar Matematikai Intézet Analízis Tanszék
szilvia.homolya@uni-miskolc.hu
[2] Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Kar Matematikai Intézet Ábrázoló Geometriai Tanszék
erika.szilvasine.rozgonyi@uni-miskolc.hu

Absztrakt A 2020-ban bevezetett, módosított alaptantervhez kapcsolódóan 2024-től – felmenő rendszerben – új követelmények lépnek életbe az érettségi vizsgák, így a matematika érettségi vizsga esetén is. A tartalmi változások hatással lesznek az egyetemi oktatásra, hiszen olyan témakörök maradnak ki a középiskolai tananyagból, amelyekre eddig a műszaki, informatikai, illetve gazdaságtudományi képzési terület BSc szakjainak matematikai tárgyain belül alapoztunk. Az új felvételi rendszerben a felsőoktatási intézmények többsége nem írja elő az emelt szintű érettségi vizsga teljesítését, így ezen vizsgálatunk fókuszában is elsősorban a középszintű vizsgakövetelmények állnak. Az összehasonlítás mellett kitérünk arra, hogy a változás nyomán milyen beavatkozásra lehet szükség az egyetemi matematika oktatásban az említett szakoknál.

Bevezetés

Magyarországon 2005-ben került bevezetésre a kétszintű érettségi rendszer, mely szerint középszinten a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit kell megkövetelni, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti. Az emelt szint tartalmazza a középszint követelményeit, de ezek az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok megoldását írják elő. Az emelt szint követelményei között természetesen speciális anyagrészek is találhatók, mivel – az érettségi rendszer eredeti koncepciója szerint – emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik. [1]

A kétszintű érettségi bevezetésével egyidejűleg megszűntek a felsőoktatásba bekerüléshez szükséges általános felvételi vizsgák. Az emelt szintű érettségi szolgált volna a felsőoktatási intézményekbe való jelentkezés feltételéül, míg a középszintű érettségi a középfokú tanulmányok lezárására lett volna hivatott. Ez az elképzelés azonban nem vált valóra. [2]

Ugyan 2020-ban már minden képzési területen felvételi követelményként írták elő az emelt szintű érettségit, de ezt nem volt kötelező matematikából teljesíteni. 2023-ban pedig újabb változások léptek életbe, ettől az évtől a felsőfokú intézmények határozzák meg saját hatáskörben, hogy melyik szakhoz kérnek emelt szintű érettségit, illetve melyikhez elegendő a középszintű érettségi megléte. [3]

1. Érettségi követelmények változásai matematikából

Az Oktatási Hivatal honlapján ([4]) részletesen tájékozódhatunk a 2020-as NAT-ra épülő matematika érettségi vizsgakövetelményekről, amelyek a 2024. májusi-júniusi vizsgaidőszaktól lépnek hatályba.

A matematika egyes területeihez kapcsolódó kompetenciák megadása után a témakörök részletes tartalmi előírásait találjuk a vizsgakövetelmények között. A 2024-től érvényes követelményeket vetettük össze a korábbi előírásokkal, ezen összehasonlítás eredményeit foglaltuk össze az 1. táblázatban. Kiemeljük az érettségi követelményekből kikerült anyagrészeket, illetve azokat a tartalmakat, amelyek középszintről emelt szintre vagy fordítva kerültek át. A táblázatban csak azokat az előírásokat szerepeltetjük, amelyek a 2023-ig érvényes érettségi követelményekhez képest módosulnak. Ha valami középszintű tananyag volt eddig, azt K-vel, ha emelt szintű anyagként szerepelt eddig, akkor E-vel jelöltük. Amennyiben olyan anyagrész jelent meg, ami eddig nem volt, az Új jelölést kapott, illetve feltüntettük azokat az anyagrészeket is, amelyek teljesen kikerültek az érettségi követelményekből. Megjegyezzük, hogy az alábbiakban kiemeltek mellett számos tananyag változatlanul megmaradt a megfelelő szintű érettségi vizsga tartalmi előírásai között.

TÉMAKÖRÖK	KÖZÉPSZINT	EMELT SZINT
Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok		
Számosság, részhalmazok	Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében is (E) ⟸	
Matematikai logika	Állítás megfordításának megfogalmazása (Új)	Szükséges és elégséges fogalomhasználat feladatokban (Új)
Gráfok		séta, körséta, teljes gráf, komplementer gráfok, izomorf gráfok, n pontú teljes gráf éleinek száma (Új) bizonyítás: egyszerű gráfban létezik két azonos fokszámú pont (Új)
Számelmélet, algebra		
Számrendszerek	Számok átírása 10-es alapú számrendszerből n alapúba (n≤9) és viszont (E) ⟸	

Hatvány, gyök, logaritmus	Biz.: hatványozás azonosságai konkrét alap és pozitív kitevőre (Új)	Ismerje, biz. és alk. logaritmus azonosságait (K)
Algebrai egyenletek		É.T. és É.K. vizsgálattal, szorzattá alakítással megoldható összetett feladatok megoldása (Új)
Első-, és másodfokú egyenletek		Törtes egyenletek megoldása (K) Másodfokú egyenletrendszer megoldása. (kiemelve, hogy csak egyszerűek kellenek)
Gyökös egyenletek	Eddig: $\sqrt{ax+b}=cx+d$ Most: $\sqrt{x+b}=cx+d$	Másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása (K)
Abszolútértékes egyenletek	$\lvert ax+b\rvert=cx+d$ megoldása *kikerült.*	Egyszerű (eddig összetett volt) abszolútértékes egyenletek megoldása. Összetett abszolútértékes egyenletek megoldása *kikerült* a tananyagból!
Exponenciális egyenletek	Exponenciális folyamatokkal kapcsolatos problémák felismerése, modellezése, megoldása (Új)	Összetett exponenciális egyenlet megoldása *kikerült* a tananyagból!
Logaritmusos egyenletek	Definíció és azonosságok alkalmazása feladatokban *kikerült*.	
Trigonometrikus egyenletek		Definíciók és azonosságok alkalmazása trigonometrikus egyenletekben (K)
Egyenlőtlenségrendszerek		Egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségrendszer megoldása. (K) (Az összetett *kikerült*)
Középértékek, egyenlőtlenségek		Két szám számtani, mértani közepe (K) (n>2 db szám számtani, mértani, négyzetes, harmonikus közepe *kikerült*)
Függvények, az analízis elemei		

A függvény	Az inverzfüggvény fogalma, szemléletes értelmezése *kikerült*.	
Egyváltozós valós függvények	$x \to x^3$ *kikerült* a tananyagból.	$x \to \|x\|, x \to \frac{a}{x}, x \to$sinx, $x \to$cosx, $x \to$tgx, $x \to log_a x$ (K)
Függvénytranszformációk	$\|f(x)\|$(Új)	Paritás, periodicitás (K)
Sorozatok	Bizonyítsa a számtani és mértani sorozat összegképletét (E)	
Kamatos kamat, járadékszámítás	Gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet kiszámítása (E) Megtakarítási, befektetési, hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezői (Új)	
Geometria, koordinátageometria, trigonometria		
Egybevágósági transzformációk		Pont körüli forgatás kikerült! Térbeli egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatokban *kikerült* (csak példákat kell tudni)
Hasonlósági transzformáció	Szakasz adott arányú osztása *kikerült*.	Középpontos hasonlósági transzformáció definíciója (Új)
Háromszögek	Oldalfelező merőlegesek metszéspontjára, szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása (Új) A Pitagorasz-tétel bizonyítása (E)	Magasság és befogótétel ismerete, alkalmazása (K)
Kör	Thalész-tétel bizonyítása (E)	Tudjon szöget mérni radiánban (K)
Térbeli alakzatok		Körhöz húzott érintő és szelőszakaszok tételének ismerete és alkalmazása *kikerült*.
Vektorok	Vektor felbontása összetevőkre *kikerült*.	Ismerje és alkalmazza: vektorok műveleti azonosságai, skaláris szorzat, skalárszorzat

		koordinátákból 90°-os elforgatott vektor koordinátái (K)
Trigonometria	Tudja származtatni tompaszögek szögfüggvényeit a kiegészítő szögek szögfüggvényeiből (Új) Negatív szög *kikerült*. Szinusztétel bizonyítása (Új)	➡ Szögfüggvények általános definíciója (K)
Koordinátageometria	Harmadolópont, súlypont kiszámítása és alkalmazása *kikerült.*	n:m arányú osztópont kiszámítása *kikerült*. ➡ Kétismeretlenes másodfokú egyenletből kör középpontja és sugarának meghatározása (K) ➡ Kör és egyenes metszéspontja (K) ➡ Adott pontban érintő egyenlete, külső pontból húzott érintő egyenlete (K)
Valószínűségszámítás, statisztika		
Leíró statisztika	Sodrófa-diagramm (Új) Diagrammtípusok közötti választás és érvelés e mellett (Új) Grafikus manipulációk és diagrammjavítás (Új) Kvartilisek (Új) Geometriai valószínűség (E) ⬅	Adathalmazok összehasonlítása sodrófa-diagramm alapján (Új) ➡ Súlyozott számtani közép, átlagos abszolút eltérés (K) Tudjon választani az adathalmazt jól jellemző középértéket és emellett érvelni (Új) Statisztikai elemzések, értékelések, következtetések (Új) ➡ Binomiális eloszlás (K) Várható érték diszkrét egyenletes és binomiális eloszlás esetén *kikerült*.

1. táblázat: Matematika érettségi követelmények változásai

2. Összefoglalás

A fenti összehasonlításból látszik, hogy több, a műszaki, informatikai, gazdaságtudományi alapképzési szakok szempontjából releváns témakör a középszintű érettségi vizsga követelményei közül átkerült az emelt szintű követelmények közé vagy teljes egészében kikerült a középiskolai kötelező tananyagból. Az I. félévben teljesítendő analízis kurzusok egyik legfontosabb fejezete az egyváltozós valós függvények elméletéhez kapcsolódik, így alapvető fontosságú pl. a trigonometrikus függvények, az exponenciális és logaritmus függvények egzakt ismerete. A megfelelő alapok nemcsak a matematikai kurzusok sikeres teljesítéséhez szükségesek, hanem a matematikai ismereteket igénylő szaktantárgyak esetén is elengedhetetlenek. Mivel a felvett hallgatók jelentős része középszintű matematika érettségivel érkezik, így a felsőoktatási intézményeknek fel kell készülniük arra, hogy a szintrehozásra, a hiányosságok pótlására várhatóan egyre nagyobb hangsúlyt kell fektetni, azokat rögtön a képzési időszak legelején ajánlott megvalósítani. Továbbá a Z generáció megváltozott tanulási szokásai okán a felzárkóztatás esetén is indokolt a korszerű oktatási módszerek alkalmazása.

Felhasznált irodalom:

[1] Oktatási Hivatal, “Matematika érettségi vizsgakövetelmény”, 2023-ig. https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2017/matematika_vk.pdf, Letöltés ideje: 2023. 06. 09.

[2] Árvai-Homolya Sz., Lengyelné Szilágyi Sz., Matematika emelt szintű érettségi vizsgák elemzése az informatikai és műszaki alapképzési szakokon elvárt matematikai tudásanyag szempontjából, (In: Talata István (szerk.) Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók 41. Országos Konferenciája: MAFIOK 2017. Budapest, Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar, p. 79-87. ISBN: 978-963-269-663-8)

[3] Homolya, Szilvia; Rozgonyi, Erika: The results of the university competence measurement in mathematics in the view of the tasks, Mathematics in education, Research and applications 8:1pp. 24-32., 9p, (2022)

[4] Oktatási Hivatal, “Érettségi vizsgakövetelmény”, 2024-től. https://www.oktatas.hu/kozneveles/erettsegi/kozismereti_vizsgatargyak_2024tol, Letöltés ideje: Letöltés ideje: 2023. 06. 10.

Az egyensúlyi feladat és alkalmazásai

BURJÁN-MOSONI, B.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék burjan-mosoni.boglarka@eng.unideb.hu

Absztrakt A digitális világ fejlődésével és a mesterséges intelligencia megjelenésével egyre nagyobb hangsúlyt kap a matematikai elméletek alkalmazása. Egyik ilyen terület az egyensúlyi feladat témaköre. Az egyensúly fogalma kulcsfontosságú a mechanika, a természettudományok és a műszaki területek számára, mivel lehetővé teszi a rendszerek stabil működését és tervezését. Bemutatjuk ennek matematikai alapjait és különböző alakjait. Rövid áttekintést adunk az egyensúlyi feladat különböző alkalmazásairól, például a fizikában, statikában, mechanikában és elektromosságban.

Bevezetés

Az embereket mindig érdekelte, hogy milyen szabályok figyelembe vételével juthatnak el egy adott szituációban a számukra optimális megoldáshoz. Az érintett területek lehetnek közgazdasági, politikai, kémiai, fizikai, vagy akár mérnöki jellegűek; a kérdéskört összefoglalva a racionális magatartás elméletének nevezik. Harsányi János csoportosítása alapján ide tartozik a hasonlóság-, a döntés-, a játékelmélet és az etika. A továbbiakban vegyük a játékelmélet néhány alapgondolatát példának. Adott i játékos valamilyen s_i stratégiát alkalmaz a játék során. Ismerve a többi játékos stratégiáit ez az s_i az összes lehetséges stratégia közül a legmagasabb hozamot eredményezi. Ekkor s_i-t a legjobb válasznak nevezzük az adott játékos stratégiái közül. Nash-egyensúlyról akkor beszélünk, amikor az összes játékos stratégiája a legjobb válasz a többi játékos stratégiájára.

Nash felosztotta a játékokat kooperatív és nemkooperatív játékokra. A kooperatív játék olyan játék, amelyben a játékosok közötti együttműködés "kikényszerítődik". Nemkooperatív játékokról akkor beszélünk, amikor a játékosok között nem lehet egyezséget kikényszeríteni. Egy nemkooperatív játék a játékosok adott stratégiái esetén akkor és csak akkor stabil, ha létezik Nash-egyensúly. Egyrészt stabil, ha létezik Nash-egyensúly, mivel ebben az esetben az egyes játékosok stratégiái a legjobb válaszok más játékosok stratégiájára, így egyik játékos sem akar ebből az állapotból más stratégiát választva kimozdulni. Másrészt a játék nem lesz stabil, ha nincs Nash-egyensúlyi pont, hiszen ebben az esetben mindig lesz legalább egy játékos, akinek a stratégiája nem a legjobb válasz, és ezért érdekelt lesz abban, hogy új stratégiát válasszon. A kooperatív játékok esetén még akkor is stabil lehet, ha egy stratégiakombináció nem Nash-egyensúly, amennyiben a játékosok egyezségre jutnak, hogy ezt a stratégiakombinációt válasszák.

A következőkben tekintsük át ezen elmélet matematikai megfogalmazását, elsőként a legegyszerűbb esetet, a skalár egyensúlyi feladatot, majd ennek általánosításaként a vektor-, illetve halmazértékű változatát.

1. Skalár egyensúlyi feladat

Az érthetőség kedvéért először tekintsük a skalár egyensúlyi feladatot és annak néhány alkalmazását. Legyen A és B két nemüres halmaz és $f: A \times B \to \mathbb{R}$ egy adott függvény. Ekkor a skalár egyensúlyi feladatot ([5]) a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

$$(EP) keressük a \in A úgy, f(a,b) \geq 0 bármely b \in A$$

Annak függvényében, hogy az f függvény milyen alakú, beszélhetünk

- minimum problémáról ([4],[6]):

Legyen $A = B$ és $F: A \to \mathbb{R}$ adott függvény, ekkor definiáljuk az $f(a,b) = F(b) - F(a)$ függvényt. Ebben az esetben igaz, hogy az (EP) egyensúlyi feladatnak van megoldása, ha F-nek létezik minimumpontja. A kijelentés fordítottja is igaz, azaz ha létezik az F-nek minimumpontja, akkor ez a minimum megoldása az egyensúlyi feladatnak. Ezt az ekvivalenciát könnyű belátni:

(EP)-nek van megoldása ⇔

$$\Leftrightarrow keressük a \in A úgy, hogy f(a,b) \geq 0 bármely b \in A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow keressük a \in A úgy, hogy F(b) - F(a) \geq 0 bármely b \in A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow keressük a \in A úgy, hogy F(b) \geq F(a) bármely b \in A \Leftrightarrow$$

⇔ Az F-nek van minimumpontja.

- variációs egyenlőtlenségekről ([1]):

Legyen E egy valós topologikus tér és E^x az E duális tere. Legyen $K \subseteq E$ egy nemüres konvex halmaz, valamint $T: K \to E^x$ operátor. Ekkor, ha $A = B := K és f(x,y) := \langle T(x), y - x \rangle$ skalár szorzat minden $x, y \in K$ esetén, minden megoldása az (EP) egyensúlyi problémának, megoldása az $\langle T(x), y - x \rangle \geq 0$minden $y \in K$ variációs egyenlőtlenségnek is. A fordított állítás szintén igaz. A variációs egyenlőtlenségek főbb alkalmazási területe a fizika, ahol különböző mozgások leírására szolgál. A Signorini-feladat gyenge alakja egy variációs egyenlőtlenség, megoldásának létezését és ennek egyértelműségét vizsgálhatjuk az előbb definiált egyensúlyi feladat megoldásának tanulmányozásával.

- nyeregpont problémáról ([3]):

Legyen X, Y két nemüres halmaz, értelmezzük a $h: X \times Y \to \mathbb{R}$ függvényt. Azt mondjuk, hogy az $(a,b) \in X \times Y$ elempár nyeregpontja h-nak, ha $h(x,b) \leq h(a,b) \leq h(a,y)$ bármely $(x,y) \in X \times Y$ esetén. Értelmezzük az $f: A \times B \to \mathbb{R}$ függvényt, ahol $A = B = X \times Y$ és $f(u,v) = h(a,y) - h(x,b)$ minden $u = (a,b)$és $v = (x,y)$ esetén. Ekkor igaz, hogy az (EP) egyensúlyi feladat minden megoldása nyeregpontja h-nak. A fordított kijelentés is igaz, azaz h-nak minden nyeregpontja megoldása az (EP) egyensúlyi feladatnak is. E feladat általánosítása a Nash-féle egyensúlyi probléma.

2. Az egyensúlyi feladat általánosításai

A fentiekben az egyensúlyi feladatban szereplő függvény minden esetben skalár értéket vett fel, amennyiben ezt vektor vagy halmazértékű függvényre értelmezzük, megkapjuk a skalár eset általánosabb egyensúlyi feladatát.

A vektor egyensúlyi feladat olyan vektort próbál meghatározni, amely kielégíti az egyensúlyi feltételeket vagy megszorításokat. Ezek a korlátok összefüggésbe hozhatók erőkkel, energiákkal, más fizikai vagy absztrakt mennyiségekkel. A vektor egyensúlyi feladat gyakran magában foglalja egy célfüggvény minimalizálását vagy maximalizálását, miközben többszörös egyenlőségi vagy egyenlőtlenségi megkötéseknek van kitéve. Megfogalmazható nemlineáris programozási problémaként vagy variációs egyenlőtlenségi problémaként, a konkrét kontextustól és a matematikai megfogalmazástól függően.

Legyen Z egy vektortér és $C \subset Z$ egy kúp. A C alteret kúpnak nevezzük, ha minden $c \in C$ és $t \geq 0$ esetén $tc \in C$. Ekkor a $\varphi: A \times B \to Z$ függvény bevezetésével értelmezhetjük a vektorértékű egyensúlyi feladat két esetét ([7]):

$$(SVEP) keress\ddot{u}k a \in A\acute{u}gy, hogy \varphi(a,b) \notin -C0\} b\acute{a}rmely b \in A$$

$$(WVEP) keress\ddot{u}k a \in A\acute{u}gy, hogy \varphi(a,b) \notin -\int C b\acute{a}rmely b \in A$$

A (SVEP) a vektorértékű egyensúlyi feladat erős alakja, míg a (WVEP) a gyenge vektorértékű egyensúlyi feladat.

A vektor egyensúlyi probléma megoldása kihívást jelenthet a kényszerek összetettsége és az érintett vektortér nagydimenziós jellege miatt. Különféle optimalizálási technikák, például gradiens alapú módszerek, evolúciós algoritmusok vagy kifejezetten a variációs egyenlőtlenségekre tervezett numerikus algoritmusok alkalmazhatók ennek a problémának a megoldására.

A halmazértékű egyensúlyi probléma a vektor egyensúlyi probléma kiterjesztése, amely olyan helyzetekkel foglalkozik, ahol több egyensúlyi állapot vagy megoldás létezik. Ebben a feladatban az a cél, hogy megtaláljuk azokat az egyensúlyi pontokat vagy megoldásokat, amelyek kielégítik az adott feltételeket. A vektor egyensúlyi feladattal ellentétben, ahol egyetlen egyensúlyi állapotot keresünk, a halmazértékű egyensúlyi feladat egyensúlyi megoldások halmazát igyekszik azonosítani. Ezek a megoldások egy rendszer különböző konfigurációinak, viselkedésének vagy állapotainak felelhetnek meg, amelyek mindegyike kielégíti az egyensúlyi feltételeket vagy korlátokat.

A halmazértékű egyensúlyi feladattal találkozhatunk a közgazdaságtanban, a játékelméletben, a fizikában és a társadalomtudományokban, olyan esetekben, ahol többféle kimenetel vagy stratégia lehetséges, és a cél az összes megvalósítható és stabil egyensúlyi állapot azonosítása.

Újradefiniálva a φ függvényt a $\varphi: A \times B \to 2^Z$ módon ([2]), ahol

$$(SMEP) keressük a \in A úgy, \varphi(a,b) \cap (-\int C) = \emptyset bármely b \in A$$

$$(WMEP) keressük a \in A úgy, \varphi(a,b) \nsubseteq -\int C bármely b \in A$$

Ezek a feladatok az erős vektorértékű egyensúlyi feladat általánosításából vezethetők le. Hasonlóan a vektor esethez, a (SMEP) a halmazértékű egyensúlyi feladat erős alakja, míg a (WMEP) a gyenge halmazértékű egyensúlyi feladat.

A halmazértékű egyensúlyi feladat megoldása jellemzően bonyolultabb, mint a vektor egyensúlyi feladat megoldása. Olyan technikákat és algoritmusokat igényel, amelyek több megoldást is képesek kezelni, és alaposan feltárják a megoldási teret. Egyes általános megközelítések közé tartoznak a fixpontos módszerek, a variációs egyenlőtlenségi algoritmusok és a kifejezetten halmazértékű feladatokra tervezett optimalizálási algoritmusok.

3. Az egyensúlyi feladat alkalmazásai

Az egyensúlyi, illetve az optimalizálási feladatot számos alkalmazott tudományban megtaláljuk. A statikában az egyensúlyi problémát széles körben használják nyugalmi struktúrák és tárgyak viselkedésének elemzésére és előrejelzésére. A rendszerre ható erők és nyomatékok egyensúlyának figyelembevételével meghatározható az épületek, hidak, mechanikai alkatrészek és egyéb szerkezetek stabilitása és szerkezeti integritása. Ezen elveket használják a szerkezeti elemzésben, belső erők és feszültségek meghatározására. Ez az információ segít olyan szerkezetek tervezésében, amelyek ellenállnak a terheléseknek, miközben megőrzik a stabilitást.

Egy másik terület, ahol találkozhatunk az egyensúlyi fogalmakkal, az a részecskemechanika, ahol a különböző erők hatására kialakuló tárgyak egyensúlyi feltételeit elemzik. A Newton-féle mozgástörvények alkalmazásával meghatározhatóak a tárgyra ható erők, ezáltal a statikus egyensúly feltételei.

Ha a mechanikai rendszereket nézzük, az energiaminimum elve alapján kijelenthető, hogy minden rendszer stabil helyzetre törekszik, ami akkor valósulhat meg, ha minimumra csökken a rendszer energiája. Tekintve a rugón nyugvó test példáját, mely esetben a rendszer teljes energiája a rugó rugalmas energiájának és a test helyzeti energiájának az összege. Ennek szélsőértékhelye a teljes négyzetté alakítással kereshető meg:

$$E(\boldsymbol{\Delta}x) = ½D\boldsymbol{\Delta}x^2 - mg\boldsymbol{\Delta}x = ½D(\boldsymbol{\Delta}x - mg/D)^2 - m^2g^{\,2}/2\,D$$

A kifejezésnek akkor van szélsőértéke, ha a négyzetes tag nulla, azaz $\boldsymbol{\Delta}x = mg/D$. Ez azt jelenti, hogy a függvénynek minimuma van, azaz az egyensúly stabil.

Az egyensúly fontos az elektromos áramkörök elemzésében is, különösen az egyenáramú áramkörök esetében. A Kirchhoff-törvények, amelyek a töltés és az energia megmaradásának elvén alapulnak, egyensúlyi feltételeket teremtenek az elektromos hálózatok áram- és feszültség-eloszlására.

Folyadékmechanikában az egyensúly létfontosságú szerepet játszik, különösen a hidrosztatikában. A nyugalmi állapotban lévő folyadékra ható erők egyensúlyának figyelembe vételével meghatározható az egyensúlyban lévő folyadékok nyomáseloszlása, felhajtóereje és egyéb jellemzői. Ezek az ismeretek nélkülözhetetlenek a hidraulikus rendszerek tervezéséhez, a tartályokban a folyadék viselkedésének elemzéséhez és a lebegő tárgyak stabilitásának előrejelzéséhez.

Felhasznált irodalom

[1] Blum E., Oettli W. (1994) From optimization and variational inequalities to equilibrium problems. Math. Stud., 63(1), pp. 123-145. Zbl 0888.49007

[2] Capata A., Kassay G.,. Mosoni B (2010) On weak multifunctions equilibrium problems. The Special Volume in Honour of Boris Mordukhovich, Springer Optimization and its Application, New York, Amerikai Egyesült Államok: Springer-Verlag London Ltd, pp. 133-148. ISBN 978-1-4419-0436-2

[3] Driessen T.S.H. (1988) Cooperative Games, Solutions, and Applications. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. ISBN 978-90-277-2729-9

[4] Fan K (1972) A minimax inequality and application. In: Inequalities, vol 3 (Shisha O, ed). Academic Press, New York, pp 103-113. Zbl 0302.49019

[5] Kassay G. (2000) The equilibrium problem and related topics, Cluj-Napoca, Risoprint Cluj-Napoca. ISBN 973-656-023-6

[6] Kassay, G., & Kolumbán, J. (1996). On a generalized sup-inf problem. Journal of Optimization Theory and Applications, 91, pp 651-670. doi:10.1007/BF02190126

[7] Luc D.T. (1989) Theory of Vector Optimization, Berlin, Springer-Verlag. ISBN 978-3-540-50541-9

Mérnöki informatika oktatás műszaki és természettudományos problémákon keresztül

ÁDÁMKÓ[1], É., SZIKI[2], G.Á.

[1]Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék adamko.eva@eng.unideb.hu
[2]Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék szikig@eng.unideb.hu

Absztrakt. A DE Műszaki Karának Műszaki Alaptárgyi Tanszékén célul tűztük ki, hogy a gépészmérnök hallgatók számára kötelező Mérnöki informatika 1-2 tantárgyak ismeretanyagába műszaki problémákat építsünk be. A módszertani fejlesztés célja, hogy az informatika tárgyak keretében oktatott ismereteket a hallgatók a szakmai alapozó tárgyak (pl. Mérnöki fizika, Műszaki mechanika, Elektromagnetika, Áltatlános géptan) törzsanyagában szereplő problémákon keresztül sajátítsák el, ezáltal nem csak az adott, de az alapozó tárgyi feladatok megoldási módszereit is gyakorolva és megértve a korszerű informatikai ismeretek és eszközök szerepét a műszaki életben. Jelen cikkben a Mérnöki informatika 1 és 2 tantárgyak keretében feldolgozott Mérnöki fizika és Műszaki mechanika feladatokat ismertetünk, kiegészítve a kapcsolódó módszertani megfontolásokkal.

Abstract. At the Faculty of Engineering, University of Debrecen, we decided to build problems selected from the field of engineering and natural sciences into the curriculum of Engineering Informatics 1-2, which is a compulsory class for mechanical engineering students. The aim of the methodological development is that the students acquire the skills included in the above subjects through problems chosen from the study materials of professional subjects like Engineering Physics, Technical Mechanics, Introduction to Mechanical Engineering and Electromagnetism. In this way, practising not only the solution methods applied in the given but also in the professional subjects and understanding the role of modern IT knowledge and tools in technical life. In this publication, we introduce an Engineering Physics problem processed within the Engineering Informatics 1 and a Technical Mechanics problem processed within the Engineering Informatics 2 subjects, supplemented with the related methodological considerations.

Bevezetés

A Debreceni Egyetem Műszaki Karának Műszaki Alaptárgyi Tanszékén évtizedek óta törekszünk arra, hogy növeljük a természettudományos alaptárgyak, konkrétabban a matematika, informatika és fizika oktatásának hatékonyságát. A hatékonyság növelése érdekében minden tantárgy esetén próbáljuk az elsajátítandó ismereteket műszaki problémákon keresztül bemutatni. Ennek eredményeként több jegyzet is született a tanszéki munkatársak gondozásában. Alább a Sziki Gusztáv Áron, Nagyné Kondor Rita és Kézi Csaba Gábor által jegyzett Matematikai eszközök mérnöki alkalmazásokban című egyetemi jegyzet 2017-es bővített kiadásának előszavából idézünk:

„A könyv, amit az olvasó a kezében tart, nem a megszokott módon közelít a matematikai ismeretanyaghoz: elsősorban azt hangsúlyozza, hogy miért kell matematikai módszereket, fogalmakat megtanulni, valamint, hogy hol és hogyan alkalmazhatók a matematikai ismeretek.” [1]

„… minél több hallgató számára akarjuk (elfogadható eredményességgel) átadni a matematikai ismereteket, annál inkább jelentkezik a probléma, hogy csak kevés hallgató képes a megszokott absztrakciós szinten az ismereteket befogadni. A praktikumhoz való közelítés így nem csak az oktatási célok által motivált törekvés, hanem kényszer is az oktatási folyamatban.” [1]

Az idézett bekezdésekben a matematika tanítás egy új módszeréről olvashatunk megállapításokat, azonban a fent megfogalmazott igazságok bármely alaptárgyra érvényesek, többek között az informatikára is. Ebben a cikkben azt vizsgáljuk meg, hogyan lehet azt a célt elérni, hogy a Mérnöki informatika 1-2 tárgyak oktatásmódszertanát minél inkább a műszaki képzés igényeihez igazítsuk. Ennek érdekében arra törekszünk, hogy olyan tantárgyi tematikákat építsünk fel, melyek az informatika tárgyak keretében tanult ismereteket a szakmai alapozó tárgyak törzsanyagában szereplő problémákon keresztül mutatják be. A módszertani fejlesztés jelen fázisában érintett szakmai alapozó tárgyak a Mérnöki fizika, a Műszaki mechanika, az Általános géptan és az Elektromagnetika. A fenti módszertan alkalmazásával a hallgatók nem csak az informatikai, de a szakmai alapozó tárgyak tananyagában megjelenő problémák megoldási módszereit is gyakorolják és elmélyítik, megértve ezáltal a korszerű informatikai ismeretek és eszközök szerepét a műszaki tudományokban és növelik a tantárgyak közötti szinergiát. A következő fejezetekben két konkrét műszaki problémát és azok informatikai megvalósítását mutatjuk be, a Mérnöki informatika 1 és 2 tantárgyak keretében oktatott szoftverek és módszerek segítségével.

1. A Mérnöki informatika 1-2 tantárgyak keretében oktatott ismeretek

1. táblázat Rövidített tematikák

Mérnöki informatika 1.	Mérnöki informatika 2.
Excel Adatbevitel Függvényábrázolás Függvényillesztés Egyenletmegoldás Adatfeldolgozás (formulák, beépített függvények) **Visual Basic for Applications (VBA)** Alapfogalmak (objektum), adattípusok, vezérlési szerkezetek, adatszerkezetek… Makrók (feladat automatizálás, felhasználói interakció) **LabVIEW DAQmx** Jelszimulálás, adattárolás, jelfeldolgozás	**C programozás** Alapfogalmak Vezérlési szerkezetek: elágaztató utasítások, ciklusok Adatszerkezetek: tömb, rekord, lista, fa, fájl Összetett adattípusok: tömb, sztring, struktúra, union, enum Mutatók Fájl I/O Rendezési és keresési algoritmusok

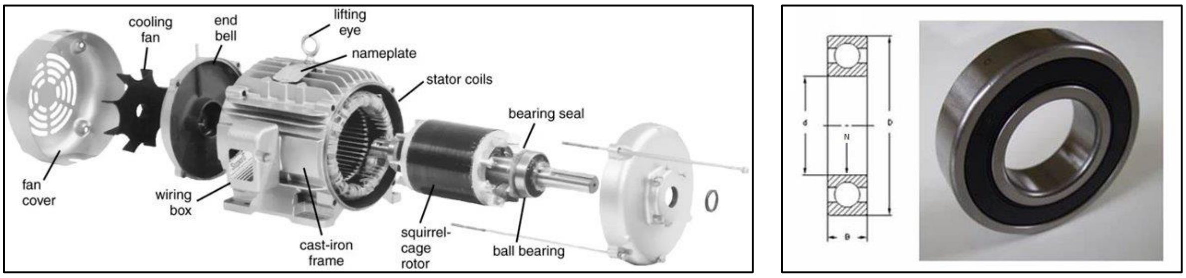
2. Példák felhasznált műszaki problémákra

Az alábbiakban egy Mérnöki fizika és egy Műszaki mechanika problémát ismertetünk, majd ezek egy megoldását mutatjuk be a Mérnöki informatika 1 és 2 tantárgyak tematikájában szereplő informatikai eszközök segítségével. Fontos hangsúlyozni, hogy a használt informatikai eszközök tekintetében nem arra törekedtünk, hogy a legmodernebb megközelítést vagy szoftvert használjuk, hanem ragaszkodtunk a tantárgyi tematikák megkötéseihez. A tematikák átalakításának következő feladata, az oktatott módszerek és szoftverek igazítása az egyre változó és gyorsan fejlődő ipari elvárásokhoz.

2.1. Mérnöki informatika 1

1. Feladat

Elektromos motorban található gördülőcsapágyak csapágyellenállási tényezőjének meghatározása.



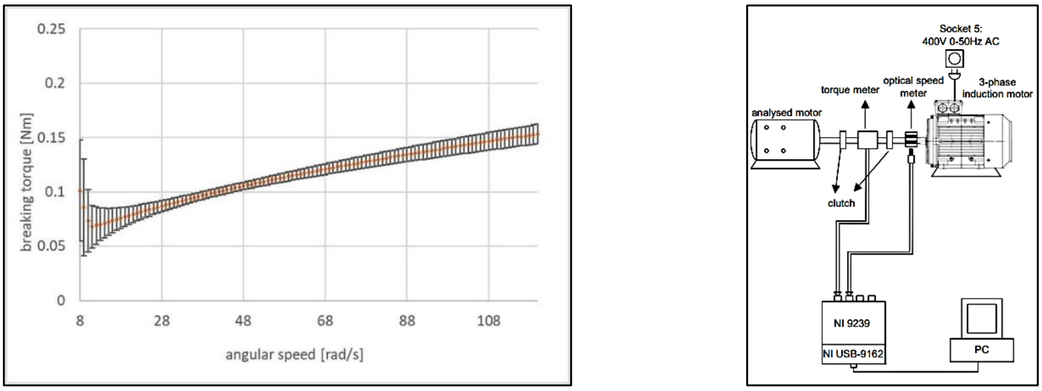
1. ábra: A 3 fázisú indukciós motor belső szerkezete [2] és a gördülőcsapágy jellemzői

A csapágyellenállási tényező az alábbi összefüggéssel számolható:

$$\boldsymbol{M_{ell}(\omega) = \mu(\omega) \cdot N \cdot \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad \mu(\omega) = \frac{M_{ell}(\omega)}{N \cdot \frac{d}{2}}} \tag{1}$$

Ahol $\boldsymbol{N}$ a csapágy sugárirányú terhelése, $\boldsymbol{d}$ a csapágy belső furatának átmérője, $\boldsymbol{M_{ell}(\omega)}$ a csapágyellenállási nyomaték egy adott szögsebességen. Esetünkben $\boldsymbol{N = 30[N]}$ (két csapágyra vonatkozik), valamint $\boldsymbol{d = 0.038[m]}$.

Az $\boldsymbol{M_{ell}(\omega)}$ karakterisztika rendelkezésünkre áll egy grafikon formájában, amelyet korábban mérési úton határoztunk meg, rögzített csapágyhőmérséklet ($\boldsymbol{T = 25°C}$) esetén.



2. ábra: A csapágyellenállási nyomaték a szögsebesség függvényében [3] és egy mérőelrendezés a csapágyellenállási nyomaték méréséhez

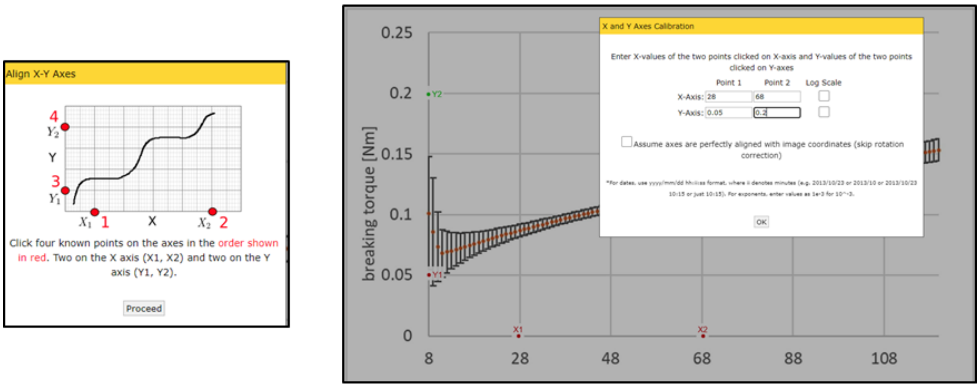
Határozzuk meg azt az analitikus összefüggést, amely megadja a csapágyellenállási tényezőt ($\boldsymbol{\mu}$) a szögsebesség ($\boldsymbol{\omega}$) függvényében! A megoldás során használjuk fel a csapágyellenállási nyomaték $(\boldsymbol{M_{ell}})$ szögsebesség függését leíró alábbi modellfüggvényt!

$$\boldsymbol{M_{ell}(\omega) = A \cdot e^{-\left(\frac{\omega}{a}\right)^2} \cdot \omega + B \cdot tanh\left(\frac{\omega}{b}\right) + C} \tag{2}$$

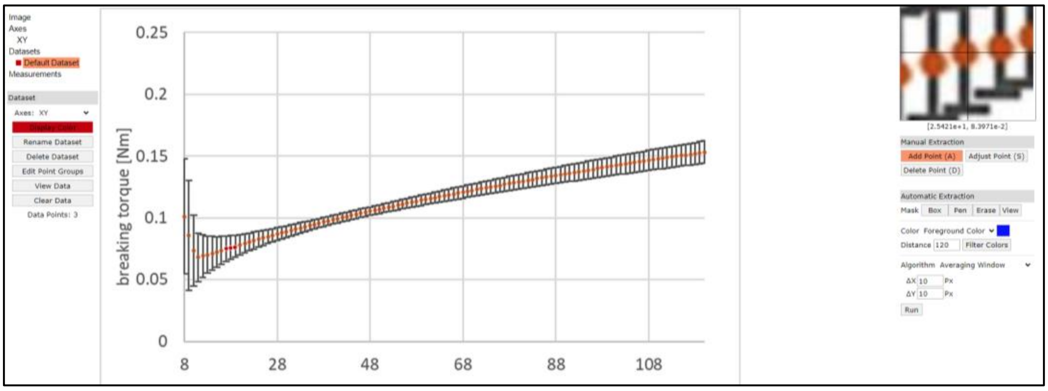
A megoldás lépései:

1. lépés: Olvassuk le a 3. ábrán adott grafikonról az egyes mérési pontokhoz tartozó szögsebesség és csapágyellenállási nyomaték értékeket.

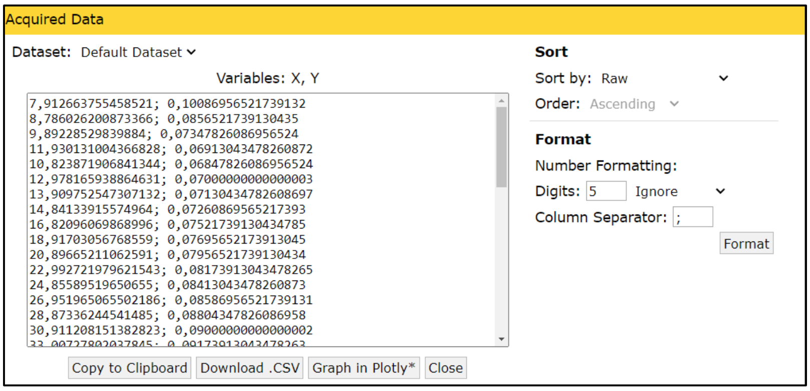
A megoldás első lépésének megvalósításához egy az interneten ingyenesen elérhető grafikon-digitalizáló eszközt használunk fel [4]. A grafikonon rendelkezésre álló (x, y) pontpárokat a szoftver egy .csv kiterjesztésű szöveges állományba exportálja. A grafikon típusának kiválasztása után rögzítenünk kell a referencia pontokat meg kell adnunk azok koordinátáit, ezután egyenként kijelölni azon pontokat a grafikonon, melyek esetén a szögsebesség és csapágyellenállási nyomaték értékeket le szeretnénk olvasni.



3. ábra: Az x és y tengelyt meghatározó referencia pontok kiválasztása, és koordinátáik megadása



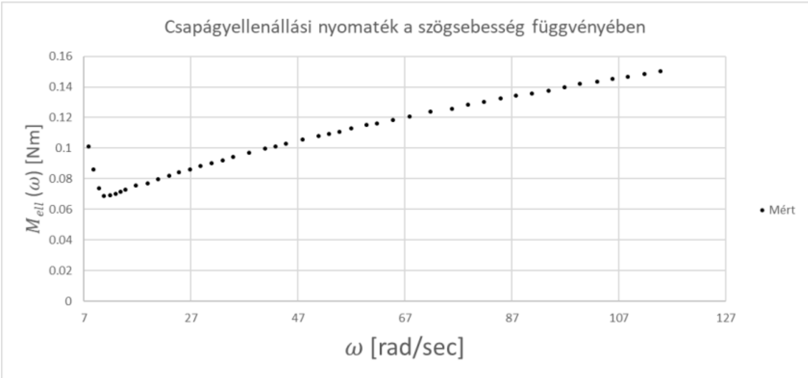
4. ábra: Azon mérési pontok kijelölése, melyek esetén a szögsebesség és csapágyellenállási nyomaték értékeket le szeretnénk olvasni



5. ábra: Mérési pontokhoz tartozó szögsebesség és csapágyellenállási nyomaték értékeket tartalmazó szöveges állomány exportálása

2. lépés: Ábrázoljuk az előző lépésben kapott pontokat.

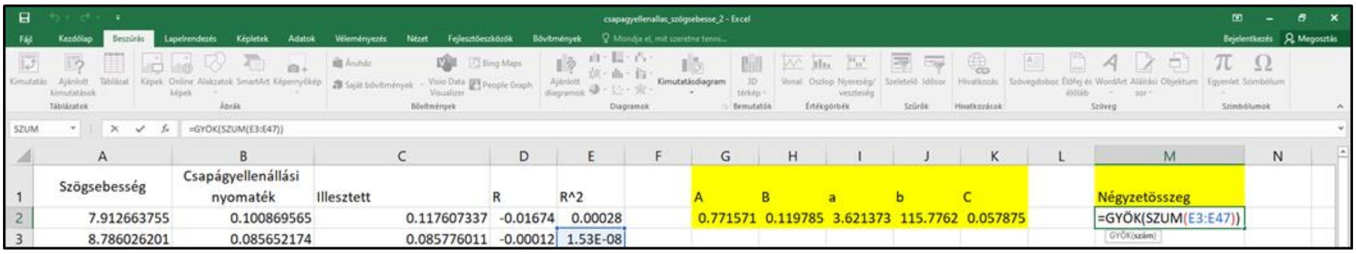
A Mérnöki informatika 1 tárgy tematikájában a Microsoft Excel – mint a legnépszerűbb mérnöki – szoftver használata fontos szerepet kap, ezért ebben a lépésben ennek segítségével ábrázoljuk a szöveges állományba exportált (x, y) pontpárokat, vagyis a nyomatékot a szögsebesség függvényében.



6. ábra: A csapágyellenállási nyomaték a szögsebesség függvényében (Microsoft Excel diagram)

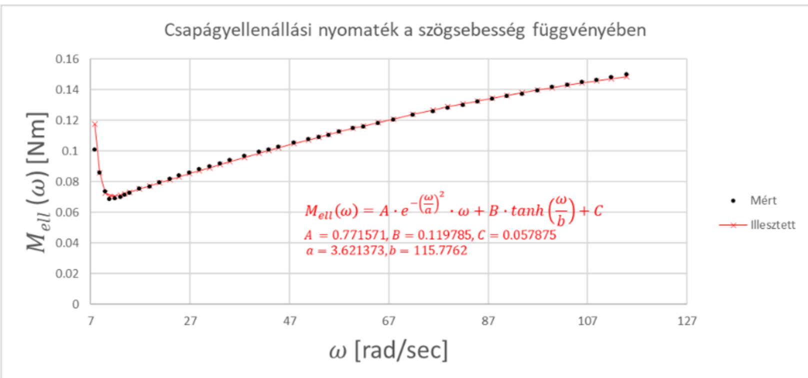
3. lépés: Illesszük rá a modellfüggvényt (2) az előző lépésben kapott pontsorra, és határozzuk meg a modellfüggvényben szereplő paraméterek értékét.

Az előző lépésben kapott görbére a Microsoft Excel Solver bővítményének segítségével illeszthetjük a korábban megadott modellfügvényt. Az illesztést a legkisebb négyzetek módszerének segítségével valósítjuk meg, így meghatározva a modellfügvény ismeretlen paramétereit. A legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásához, egyszerű, alapvető beépített függvényeket tartalmazó formulák felírására van szükség.



	Szögsebesség	Csapágyellenállási nyomaték	Illesztett	R	R^2		A	B	a	b	C		Négyzetösszeg
2	7.912663755	0.100869565	0.117607337	-0.01674	0.00028		0.771571	0.119785	3.621373	115.7762	0.057875		=GYÖK(SZUM(E3:E47))
3	8.786026201	0.085652174	0.085776011	-0.00012	1.53E-08								

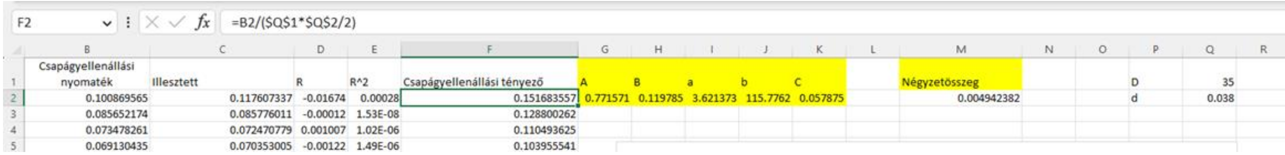
7. ábra: A függvényillesztéshez szükséges formula és a megoldásként kapott paraméterek



8. ábra: A csapágyellenállási nyomaték a szögsebesség függvényében, valamint pirossal az illesztett modellfügvény és annak egyenlete

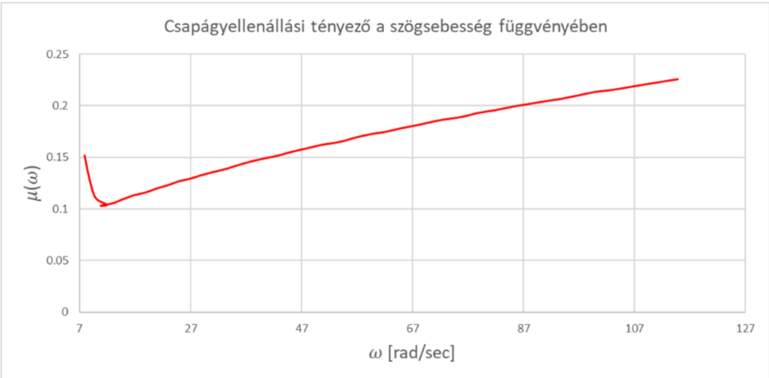
4. lépés: Határozzuk meg a csapágyellenállási tényező értékeit a csapágyellenállási nyomaték megfelelő értékeiből az (1) összefüggés alkalmazásával.

A csapágyellenállási tényező kiszámítása a csapágyellenállási nyomaték alapján a Microsoft Excelben egy egyszerű (beépített függvények alkalmazását nélkülöző) formula felírásával megoldható, ezután pedig ábrázolhatjuk azt a szögsebesség függvényében, így megoldva a feladatot.


F2 =B2/(Q1*Q2/2)

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Csapágyellenállási nyomaték	Illesztett	R	R^2	Csapágyellenállási tényező	A	B	a	b	C		Négyzetösszeg			D	35	
2	0.100869565	0.117607337	-0.01674	0.00028	0.151683557	0.771571	0.119785	3.621373	115.7762	0.057875		0.004942382			d	0.038	
3	0.085652174	0.085776011	-0.00012	1.53E-08	0.128800262												
4	0.073478261	0.072470779	0.001007	1.02E-06	0.110493625												
5	0.069130435	0.070353005	-0.00122	1.49E-06	0.103955541												

9. ábra: A csapágyellenállási tényező kiszámításához szükséges formula és a megoldásként kapott értékek



10. ábra: A csapágyellenállási tényező a szögsebesség függvényében (megoldás)

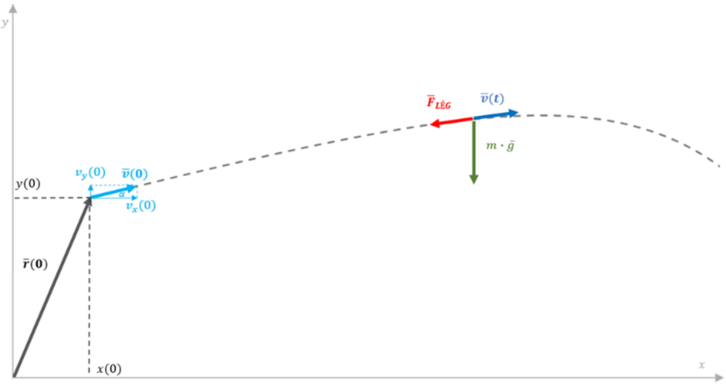
2. táblázat Elsajátított (elmélyített) informatikai és műszaki ismeretek

Mérnöki informatika	**Mérnöki fizika, Általános géptan**
adatgenerálás adatbevitel állományból egyszerű, összetett formulák beépített függvények grafikonok digitalizálása függvényábrázolás függvényillesztés Solverrel	elektromos motorok dinamikai jellemzői (csapágyellenállási, és tehetetlenségi nyomaték) fordulatszám, szögsebesség és szöggyorsulás fogalma és kapcsolatuk mozgásegyenlet forgómozgásra Stribeck görbe

2.2. Mérnöki informatika 2

Feladat

Vizsgáljuk meg egy lövedék mozgását a légellenállás figyelembevételével. A feladat megoldása során használjuk a 3. számú táblázatban található példa bemenet adatait.



11. ábra: A lövedék pályája és a rá ható erők

3. táblázat Példa bemenet

M855A1 5.56mm NATO lövedék

Tömeg	$m = 0.004$ [kg]
Lövedék kezdősebessége	$v(0) = 945 \left[\frac{m}{s}\right]$
Légellenállási tényező	$C = 0{,}25$
Keresztmetszet	$A = 2{,}4 * 10^{-5}[m^2]$
A sebességvektor vízszintessel bezárt szöge	$\alpha = 10°$
Levegő sűrűsége	
20 C° hőmérsékleten, normál légköri nyomáson	$\rho = 1{,}2041 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$
0 C° hőmérsékleten, normál légköri nyomáson	$\rho = 1{,}2933 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$


12. ábra: M855A1 5.56mm NATO lövedék és egy M14/16 gépkarabély

A következőkben felírjuk a lövedék mozgásegyenletét és megkeressük a numerikus megoldásához szükséges összefüggéseket.

A lövedék mozgásegyenlete:

$$\sum_i \overline{F_i} = m \cdot \bar{g} - \frac{1}{2} \cdot C \cdot A \cdot \rho \cdot v \cdot \bar{v} = m \cdot \bar{a} \tag{3}$$

A mozgásegyenlet koordinátás alakja:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \cdot \mathrm{C} \cdot \mathrm{A} \cdot \rho \cdot \mathrm{v} \cdot \mathrm{v_x} \\ -\frac{1}{2} \cdot \mathrm{C} \cdot \mathrm{A} \cdot \rho \cdot \mathrm{v} \cdot \mathrm{v_y} \end{pmatrix} = \mathrm{m} \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{a_x} \\ \mathrm{a_y} \end{pmatrix} \tag{4}$$

Legyen $B = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{C} \cdot \mathrm{A} \cdot \rho$, ekkor az alábbi egyenletek adódnak:

$$\left.\begin{aligned} I.\ & -\frac{B}{m} \cdot v \cdot v_x = a_x \\ II.\ & -g - \frac{B}{m} \cdot v \cdot v_y = a_y \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Legyen $K = \frac{B}{m}$, ekkor

$$\left.\begin{aligned} I.\ & -K \cdot v \cdot v_x = a_x \\ II.\ & -g - K \cdot v \cdot v_y = a_y \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} I.\ & -K \cdot v \cdot v_x = \frac{dv_x}{dt} \\ II.\ & -g - K \cdot v \cdot v_y = \frac{dv_y}{dt} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} I.\ dv_x &= -K \cdot v \cdot v_x \cdot dt \\ II.\ dv_y &= (-g - K \cdot v \cdot v_y) \cdot dt \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} I.\ dv_x &= -K \cdot \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} \cdot v_x(t) dt \\ II.\ dv_y &= (-g - K \cdot \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} \cdot v_y(t)) \cdot dt \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

ahol,

$$\begin{aligned} v_x(t + dt) &= v_x(t) + dv_x \\ v_y(t + dt) &= v_y(t) + dv_y \end{aligned} \tag{10}$$

Ha a sebességvektor vízszintessel bezárt szöge α, akkor

$$\begin{aligned} v_x(0) &= v(0) \cdot \cos(\alpha) \\ v_y(0) &= v(0) \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} \tag{11}$$

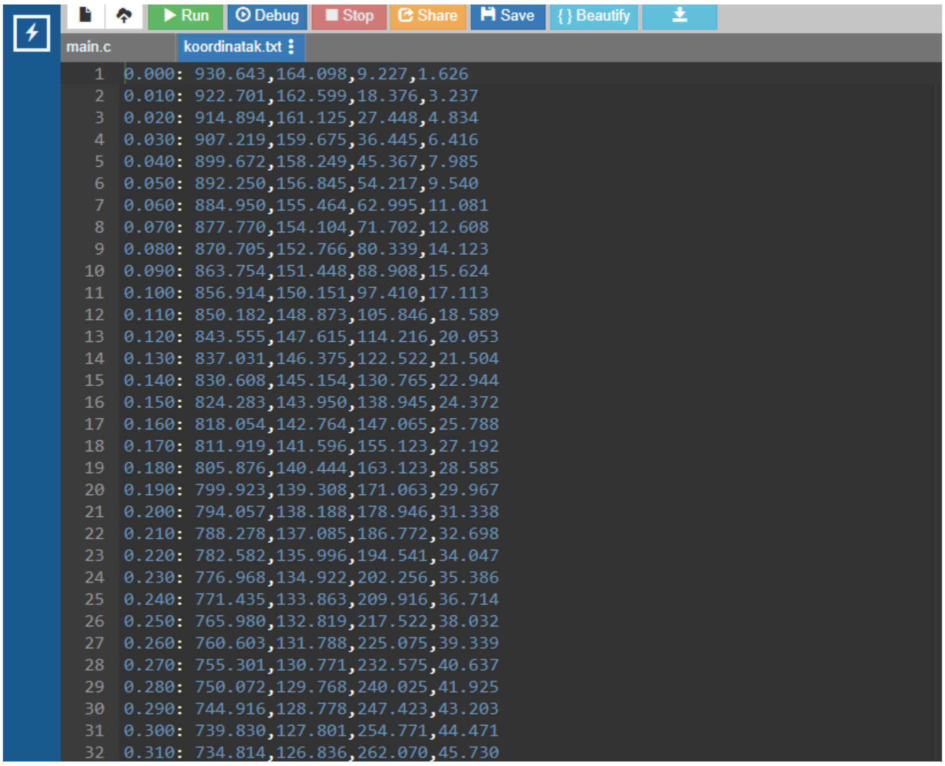
A megoldás lépései:

1. lépés: Írjunk programot C nyelven, mely bekéri a feladat megoldásához szükséges adatokat, majd numerikusan egy ciklus segítségével kiszámítja a lövedék pályáját és a kimenetet egy koordinatak.txt nevű állományba menti.

A Mérnöki informatika 2 tematikájában C programozási nyelv szerepel, így a megoldás első lépésének megvalósításához egy az interneten ingyenesen elérhető C fordítót használunk [5]. A feladat az alábbi kóddal valósítható meg.

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main()
{
    //bemeneti adatok bekérése
    puts("Tömeg(kg) m = ");
    double m;
    scanf("%lf", &m);

    puts("Lövedéksebesség(m/s) v(0) = ");
    double v0;
    scanf("%lf", &v0);

    puts("Légellenállási tényező C = ");
    double C;
    scanf("%lf", &C);

    puts("Keresztmetszet(m^2) A = ");
    double A;
    scanf("%lf", &A);

    puts("Levegő sűrűsége (kilogramm/m^3) (20 Celsius fokon normál légköri nyomáson) ro = ");
    double ro;
    scanf("%lf", &ro);

    puts("A sebességvektor szöge Alfa =  ");
    double alfa;
    scanf("%lf", &alfa);
    alfa = alfa * (M_PI / 180.0);

    puts("Delta t =  ");
    double dt;
    scanf("%lf", &dt);

    double g = 9.81;

    double vx,vy;
    vx = v0 * cos(alfa);
    vy = v0 * sin(alfa);

    //sebességvektor változásának kiszámítása és a pálya meghatározása
    FILE *fp;
    fp = fopen("koordinatak.txt", "w");

    double K = (1.0/2.0*C*A*ro)/m;

    double dvx,dvy;
    double xt = 0;
    double yt = 0;
    double dx,dy;
    double time = 0;
    while(time < 15)
```

```c
    {
        fprintf(fp,"%.3lf: %.3lf,%.3lf,", time,vx,vy);

        dvx = -K*sqrt(pow(vx,2)+pow(vy,2))*vx*dt;
        dvy = (-K*sqrt(pow(vx,2)+pow(vy,2))*vy-g)*dt;

        vx = vx + dvx;
        vy = vy + dvy;

        dx = vx*dt
        dy = vy*dt

        xt = xt + dx;
        yt = yt + dy;

        fprintf(fp,"%.3lf,%.3lf\n",xt,yt);

        time = time + dt;
    }

    return 0;
}
```

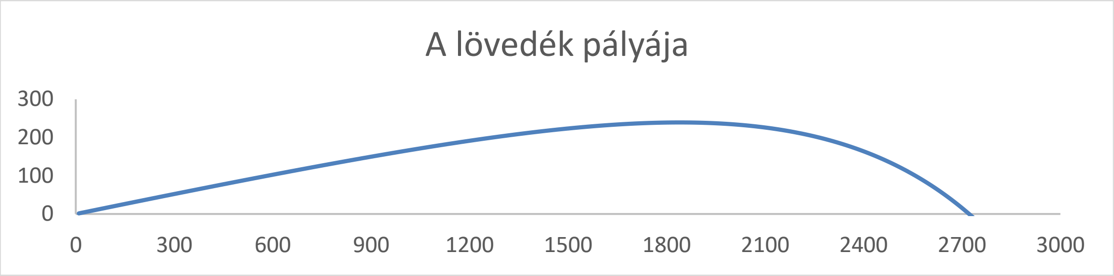


```
0.000: 930.643,164.098,9.227,1.626
0.010: 922.701,162.599,18.376,3.237
0.020: 914.894,161.125,27.448,4.834
0.030: 907.219,159.675,36.445,6.416
0.040: 899.672,158.249,45.367,7.985
0.050: 892.250,156.845,54.217,9.540
0.060: 884.950,155.464,62.995,11.081
0.070: 877.770,154.104,71.702,12.608
0.080: 870.705,152.766,80.339,14.123
0.090: 863.754,151.448,88.908,15.624
0.100: 856.914,150.151,97.410,17.113
0.110: 850.182,148.873,105.846,18.589
0.120: 843.555,147.615,114.216,20.053
0.130: 837.031,146.375,122.522,21.504
0.140: 830.608,145.154,130.765,22.944
0.150: 824.283,143.950,138.945,24.372
0.160: 818.054,142.764,147.065,25.788
0.170: 811.919,141.596,155.123,27.192
0.180: 805.876,140.444,163.123,28.585
0.190: 799.923,139.308,171.063,29.967
0.200: 794.057,138.188,178.946,31.338
0.210: 788.278,137.085,186.772,32.698
0.220: 782.582,135.996,194.541,34.047
0.230: 776.968,134.922,202.256,35.386
0.240: 771.435,133.863,209.916,36.714
0.250: 765.980,132.819,217.522,38.032
0.260: 760.603,131.788,225.075,39.339
0.270: 755.301,130.771,232.575,40.637
0.280: 750.072,129.768,240.025,41.925
0.290: 744.916,128.778,247.423,43.203
0.300: 739.830,127.801,254.771,44.471
0.310: 734.814,126.836,262.070,45.730
```

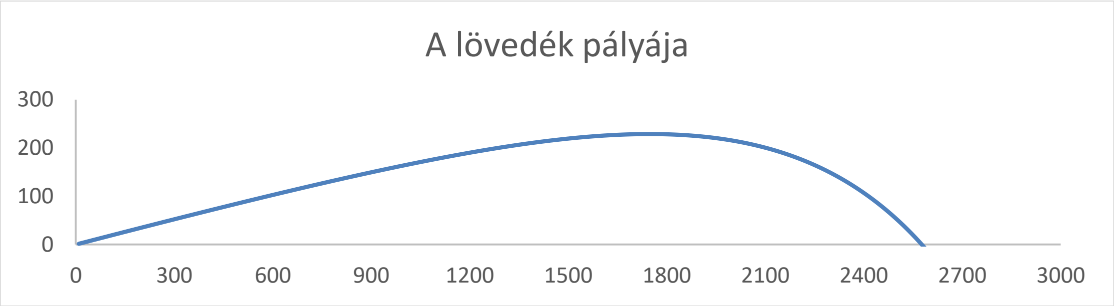
13. ábra A C program kimenete, ha $dt = 0.01$

2. lépés: Ábrázoljuk az így kapott pontokat.

A programot a táblázatban szereplő bemeneti adatokkal lefuttatjuk, a két különböző megadott levegősűrűség esetén, majd a Microsoft Excel segítségével ábrázoljuk a szöveges állományba exportált (x, y) pontpárokat.



14. ábra: A lövedék pályája 20 *C° normál légköri nyomás*



15. ábra: A lövedék pályája 0 *C° normál légköri nyomás*

4. táblázat Elsajátított (elmélyített) informatikai és műszaki ismeretek

Mérnöki informatika	Mérnöki fizika, Mozgástan
ciklusok (megszámlálás, összegzés) fájlkezelés (megnyitás, írás) formátumozott adatbe- és kivitel matematikai kifejezések formalizálása Excel adatbevitel, függvényábrázolás	a mozgás differenciálegyenletének (kezdeti érték probléma) fogalma és megoldása numerikus eljárással a légellenállás fogalma és az erőtörvényt leíró összefüggés kapcsolat a mozgás kinematikai függvényei között

Összefoglalás

A jelen cikkben bemutatott példa feladatok és megoldási módszerek kiindulási alapját képezik egy új egyetemi informatika jegyzetnek. Az elsődleges célunk a továbbiakban, hogy a szakmai tárgyakkal megteremtsük a szinergiát, és a fentebb vázolt integrált megközelítést kipróbáljuk a gyakorlatban is, hogy megvizsgálhassuk, mennyiben járul hozzá ez az új módszertani megközelítés a hallgatók szélesebb körű tudásának és kompetenciáinak fejlesztéséhez. Valamint fontos feladatunk még az oktatás során használt és a tematikában szereplő módszerek és szoftverek folyamatos aktualizálása a változó ipari követelményeknek megfelelően. Ez biztosítja, hogy az oktatás mindig naprakész és releváns maradjon, és felkészítse a hallgatókat a valós műszaki kihívásokra, amelyekkel a szakmai pályájuk során szembesülhetnek.

Felhasznált irodalom

[1] [1] Szíki, G., Kézi, C., Nagyné Kondor, R.: Matematikai eszközök mérnöki alkalmazásokban. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 270 p., 2017. ISBN: 9789633186190

[2] dos Santos, Tiago, et al. "Severity Estimation of Stator Winding Short-Circuit Faults using Cubist." Progress in Artificial Intelligence: 18th EPIA Conference on Artificial Intelligence, EPIA 2017, Porto, Portugal, September 5-8, 2017, Proceedings 18. Springer International Publishing, 2017.

[3] Szántó, A., Ádámkó, É., Juhász, G., & Sziki, G. Á. (2022). Simultaneous measurement of the moment of inertia and braking torque of electric motors applying additional inertia. Measurement, 204, 112135. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.112135

[4] WebPlot Digitizer https://automeris.io/WebPlotDigitizer/

[5] OnlineGDB^{beta} onlinegdb.com

Differenciálegyenletek alkalmazásai

KÉZI, CS.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék kezicsaba@eng.unideb.hu

Absztrakt. A differenciálegyenletek fontos szerepet töltenek be a mérnökhallgatók életében. Ez egy olyan témakör, amelyben a feladatok egyrészt megkívánják a matematikai modell felállítását, ezáltal felmérik a hallgatók kreativitását, másrészt a kapott differenciálegyenletek megoldásához szükséges a korábban tanultak matematikai ismeretek aktív alkalmazása. Ebben a dolgozatban Newton-féle lehűlési modellből adódó differenciálegyenletet vizsgálom meg. Konkrét példákat mutatok be a modell alkalmazására.

Bevezetés

A differenciálegyenletek kulcsfontosságú szerepet játszanak a mérnökhallgatók matematikaoktatásában. Ebben a cikkben a Newton-féle lehűlési modell néhány alkalmazását mutatom be (természetesen a teljesség igénye nélkül).

1. A Newton-féle lehűlési törvény

Egy test hőmérsékletének változási gyorsasága arányos a test és a környezete közötti hőmérséklet-különbséggel.

Jelölje T a test hőmérsékletét a t időpontban. Ekkor az előbbi törvény szerint

$$T'(t) = -\lambda \cdot (T(t) - T_k)$$

teljesül, ahol T_k a környezet (állandó) hőmérséklete és λ a lehűlésre jellemző konstans.

A modell diszkrét alakja:

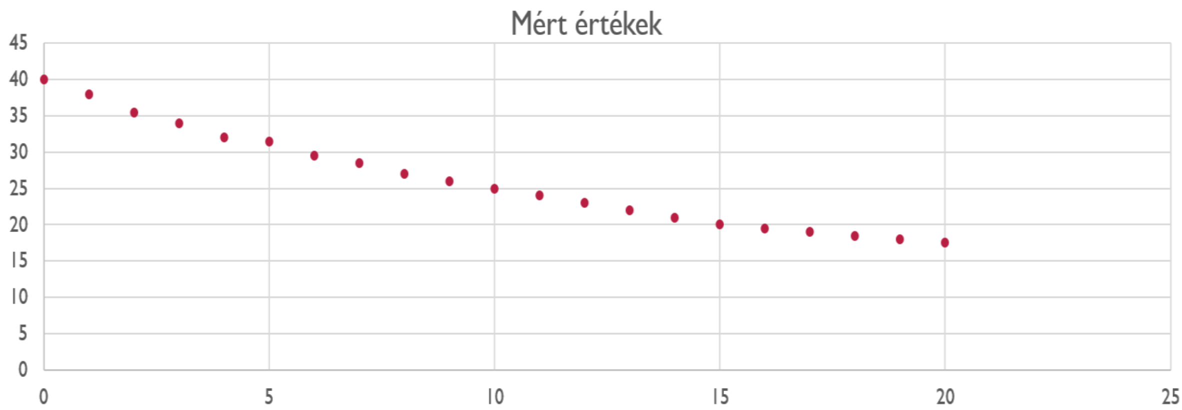
$$T(t) - T_k \sim \frac{\Delta T}{\Delta t} \Rightarrow \Delta T = -\lambda \cdot (T - T_k), \text{ ha } \Delta t = 1.$$

Mindenkivel előfordult már, hogy a nagy melegben a tűző napon felejtette az innivalóját, és megkívánt egy hideg sört, de éppen nem volt más innivalója. Ekkor a hűtőbe téve az italt meg kell várnunk, hogy megfelelő hőmérsékletűre hűljön a folyadék.

Mennyi időre van szükség ahhoz, hogy lehűljön a sör? Kísérletem kezdetekor a hűtőben 10 °C-ot mértem, és betettem a hűtőbe egy doboz 40 °C -os hőmérsékletre melegedett sört. Egy percenként mértem meg a sör hőmérsékletét.

A mérés során a hűtő hőmérsékletét közel állandónak. A sör hőmérsékletére mért adatokat koordináta-rendszerben ábrázoltam.

A vízszintes tengelyen a percben mért időt, a függőleges tengelyen a °C -ban mért hőmérsékletet tüntettem fel.



1. ábra: A hőmérséklet az idő függvényében

Ha megnézzük a kapott pontokat, akkor rögtön eszünkbe juthat például valamilyen exponenciális függvény, a pontok mintha ilyen típusú függvény grafikonjára illeszkednének.

Megfigyelhető, hogy minél nagyobb volt a folyadék és a hűtő közötti hőmérsékletkülönbség, annál gyorsabban hűlt a folyadék, és minél közelebb volt a folyadék hőmérséklete a hűtő hőmérsékletéhez, annál lassabban csökkent a víz hőmérséklete.

A grafikonunkból például azt a viszonylag egyszerű modellt állíthatjuk fel, hogy a hűlés üteme arányos a víz hőmérsékletének a környezet hőmérsékletétől vett eltérésével, ami éppen a Newton-féle lehűlési törvény.

2. A Newton-féle lehűlési modellben szereplő differenciálegyenlet megoldásfüggvénye

A modell szereplő differenciálegyenlet:

$$T'(t) = -\lambda \cdot (T(t) - T_k),$$

A példánkban szereplő adatot behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$T'(t) = -\lambda \cdot (T(t) - 10).$$

Ez a differenciálegyenlet szeparábilis, így teljesülnie kell az

$$\int \frac{1}{T-10}\, dT = \int -\lambda\, dt$$

egyenletnek. Az integrálok elvégzése után azt kapjuk, hogy

$$\ln|T-10| = -\lambda \cdot t + c,$$

amiből

$$T - 10 = e^{-\lambda \cdot t} \cdot C \Rightarrow \; T(t) = 10 + e^{-\lambda \cdot t} \cdot C$$

adódik.

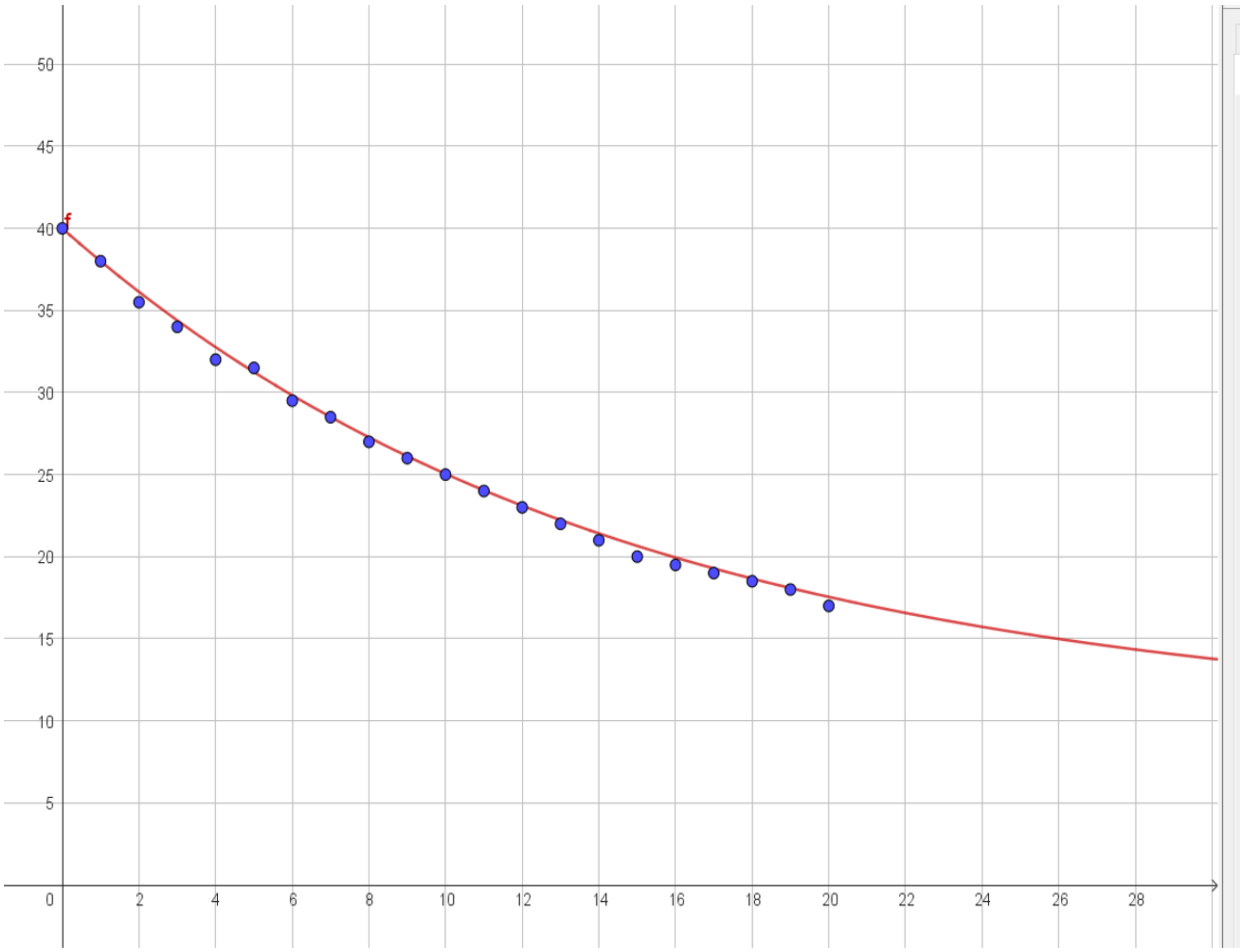
Felhasználva, hogy a kezdeti hőmérséklet 40, valamint 1 perc múlva a hőmérséklet 38, azt kapjuk, hogy

$$40 = 10 + C, \text{ azaz } C = 30.$$

Másrészt $38 = 10 + e^{-\lambda \cdot t} \cdot 30$, amiből $\lambda = -\ln\left(\frac{14}{15}\right)$ adódik. Ezt felhasználva azt kapjuk, hogy a hőmérséklet-idő függvény

$$T(t) = 10 + e^{\ln\left(\frac{14}{15}\right) \cdot t} \cdot 30 = 10 + \left(\frac{14}{15}\right)^t \cdot 30.$$

A modellfüggvény ábrázolása:



2. ábra: A modellfüggvény ábrázolása

Az alábbi táblázatban látható a modellfüggvény helyettesítési értéke a $t = 0; 1; 2; \dots; 20$ helyen, valamint a mérési eredmények ugyanezekben az időpillanatokban:

időpillanat	modell	mért érték
0	40	40
1	38	38
2	36,13333	35,5
3	34,39111	34,0
4	32,76504	32,0
5	31,24737	31,5
6	29,83088	29,5
7	28,50882	28,5
8	27,2749	27,0
9	26,12324	26,0
10	25,04835	25,0
11	24,04513	24,0
12	23,10879	23,0
13	22,23487	22,0
14	21,41921	21,0
15	20,65793	20,0
16	19,9474	19,5
17	19,28424	19,0
18	18,66529	18,5
19	18,08761	18,0
20	17,54843	17,5

1. *táblázat: A modellfüggvény helyettesítési értékei*

3. A matematikai modell megoldása „diszkréten''

A lehűlési törvény értelmében: $\frac{\Delta T}{\Delta t} \sim T - T_k$. Ha $\Delta t = 1,$ akkor ez azt jelenti, hogy

$$\Delta T = c \cdot (T - T_k),$$

ahol ΔT az 1 percre jutó hőmérsékletcsökkenést jelenti.

Jelölje ΔT_0 a $[0; 1]$, ΔT_1 az $[1; 2]$, ΔT_2 a $[2; 3]$, …. , ΔT_{n-1} az $[n-1; n]$ intervallumban bekövetkezett hőmérséklet-csökkenést, T_0, T_1, …, T_n pedig a sör hőmérsékletét a $t = 0,1,2, \ldots, n$ (perc) időpillanatokban. Meg fogjuk határozni általánosan a T_n értékét.

A hőmérsékletcsökkenésekre felírható, hogy

$$\Delta T_0 = c \cdot (T_0 - T_k) = c \cdot T_0 - c \cdot T_k$$

$$\Delta T_1 = c \cdot (T_1 - T_k) = c \cdot T_1 - c \cdot T_k$$

$$\Delta T_2 = c \cdot (T_2 - T_k) = c \cdot T_2 - c \cdot T_k$$

$$\vdots$$

$$\Delta T_{n-1} = c \cdot (T_{n-1} - T_k) = c \cdot T_{n-1} - c \cdot T_k$$

$$\vdots$$

A hőmérsékletekre felírható, hogy

$$T_1 = T_0 - \Delta T_0 = T_0 - c \cdot T_0 + c \cdot T_k = T_0 \cdot (1 - c) + c \cdot T_k$$

$$T_2 = T_1 \cdot (1 - c) + c \cdot T_k$$

$$T_3 = T_2 \cdot (1 - c) + c \cdot T_k$$

$$\vdots$$

$$T_n = T_{n-1} \cdot (1 - c) + c \cdot T_k$$

$$\vdots$$

Tehát az egész percekben mérhető hőmérsékletekre egy rekurzív módon megadott sorozatot írtunk fel. Ennek általános tagja a behelyettesítések és megfelelő kiemelések után:

$$T_n = T_0 \cdot (1 - c)^n + c \cdot T_k \cdot ((1 - c)^{n-1} + (1 - c)^{n-2} + \cdots + (1 - c) + 1\,).$$

A mértani sorozat összeképletére vonatkozó összefüggést felhasználva

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 1 \cdot \frac{(1 - c)^n - 1}{1 - c - 1} = \frac{1 - (1 - c)^n}{c}$$

adódik. Ezt behelyettesítve a T_n képletébe és elvégezve a szükséges átalakításokat azt kapjuk, hogy

$$T_n = (T_0 - T_k) \cdot (1 - c)^n + T_k.$$

A c paramétert, illetve az $1 - c$ mennyiséget az m. percben mért hőmérsékletből határozhatjuk meg:

$$T_m = (T_0 - T_k) \cdot (1 - c)^m + T_k,$$

így

$$1 - c = \left(\frac{T_m - T_k}{T_0 - T_k}\right)^{\frac{1}{m}}.$$

Tehát azt kaptuk, hogy

$$T_n = (T_0 - T_k) \cdot \left(\frac{T_m - T_k}{T_0 - T_k}\right)^{\frac{n}{m}} + T_k.$$

Az adatokat behelyettesítve

$$T_n = 10 + 30 \cdot \left(\frac{38 - 10}{40 - 10}\right)^n = 10 + 30 \cdot \left(\frac{14}{15}\right)^n$$

adódik, ami ugyanaz az eredmény, mint amit a folytonos modell megoldása során kaptunk.

Felhasznált irodalom

[1] Barta Edit, *Lehűlési folyamatok vizsgálata középiskolai módszerekkel*, DIMENZIÓK Matematikai közlemények, 2016.

[2] Michael I. Davidzon, *Newton's law of cooling and its interpretation*, International Journal of Heat and MAss transfer, 2012.

[3] Nagy-Knapp Orsolya, *Kalandozás a differenciálegyenletek világában*, 2020.

A koronavírus hatása az oktatásban

KÉZI, CS.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék kezicsaba@eng.unideb.hu

Absztrakt. Jelen dolgozat a PADME (Pallas Athéné Domus Meriti) Alapítvány támogatásával valósult meg. Jelen cikkben azt vizsgálom, hogy a koronavírus megjelenése milyen hatással volt a közép- és felsőfokú (elsősorban gazdasági képzésben) tanulmányokat folytató diákok tanulmányaira. 2023. május 2-án a Debreceni SZC Bethlen Gábor Közgazdasági Technikum tanulóinak motivációs előadást tartottam, és a 12. osztályos diákokkal egy tesztfeladatsort töltettem ki. Ebben a cikkben a kapott eredményeket elemzem.

Bevezetés

Ebben a cikkben a középiskolai tanulók COVID19 megjelenése előtti, és a digitalis oktatásra való átállás utáni eredményei közötti kapcsolatot vizsgálom.

1. A megíratott dolgozat feladatai (1.rész)

Az első részben olyan feladatokat kaptak a tanulók, amelyek megoldásához tisztán matematikai eszözökre volt szükség, lényegében a korábban megszerzett tudást közvetlenül kellett alkalmazni, nem kellett a feladat megoldása előtt matematikai modellt felállítani.

1. feladat:

Egy számtani sorozat első tagja 8, differenciája 4.

a) Számold ki a sorozat 15. tagját!

b) Tagja-e a sorozatnak a 2023?

c) Határozd meg azt a legkisebb n egész számot, amelyre az első n tag összege legalább 900 lesz!

2. feladat:

Egy egyenes körhenger magassága 60 cm, alapkörének sugara 30 cm. Határozd meg a felszínét és térfogatát!

3. feladat:

Oldd meg a $20\,000 = 10\,000 \cdot 1{,}03^x$ egyenletet a valós számok halmazán! Ellenőrizd a megoldásodat!

4. feladat:

Tekintsük az $f(x) = 900 + 20x$ függvényt!

a) Számold ki az $f(60)$ értékét!

b) Add meg azt az x valós számot, amelyre $f(x) = 4\,900$ teljesül!

c) Vázold fel az f függvény grafikonját!

<u>5. feladat:</u>

Az $A = (3; 3)$ pontot tükrözzük az x tengelyre. A kapott pont legyen A'.

a) Írd fel az A' és B pontokra illeszkedő e egyenes egyenletét!

b) Az e egyenes a P pontban metszi az x tengelyt. Határozd meg a P pont koordinátáit!

c) Írd fel az A és P pontokra illeszkedő f egyenes egyenletét!

d) Számold ki az e egyenesnek a meredekségét!

2. A megíratott dolgozat feladatai (2. rész)

<u>1. feladat:</u>

A nyári szünetre egy 400 oldalas könyv elolvasását tervezzük. Első nap 8 oldalt olvasunk belőle. Mivel nagy rajongói vagyunk a könyvnek és a történet egyre izgalmasabb, ezért elhatározzuk, hogy minden nap 2 oldallal többet olvasunk, mint az előző napon.

a) Ha tartjuk magunkat ahhoz, amit terveztünk, akkor hány oldalt fogunk olvasni a 8. napon?

b) Hány nap alatt olvassuk el a könyvet?

c) Hány oldal fog maradni az utolsó napra?

<u>2. feladat:</u>

Henger alakú, felül nyitott tartályt kívülről lefestenek. A tartály magassága 50 cm, alapkörének sugara 25 cm. Egy négyzetméter lefestéséhez 3 dkg festéket használnak fel.

a) Mennyi festéket kell venni, ha kétszer kell a tartályt lefesteni?

b) Hány liter víz fér a tartályba?

<u>3. feladat:</u>

Zsuzsi le akarja cserélni telefonját egy újra, ami 200 000 Ft-ba kerül. Már van 120 000 Ft-ja. Ha ezt az összeget befektetné évi 8%-os kamatra, akkor mennyi idő múlva vehetné meg a tévét, feltéve, hogy annak ára nem változik?

<u>4. feladat:</u>

Telefonszámlánk úgy áll elő, hogy 1 500 forintos havi alapdíjat fizetünk, ezen kívül percenként 10 forintot minden telefonbeszélgetés esetén.

a) Ha egy hónapban 1 órát telefonálunk, mennyi lesz a telefonszámlánk?

b) Ha egy hónapban 2 órát telefonálunk, mennyi lesz a telefonszámlánk?

c) Ha az 5 000 forintot nem léphetjük túl egy hónapban, akkor hány percet telefonálhatunk maximum?

d) Ábrázoljuk a fizetendő összeget a lebeszélt percek számának függvényében!

5. feladat:

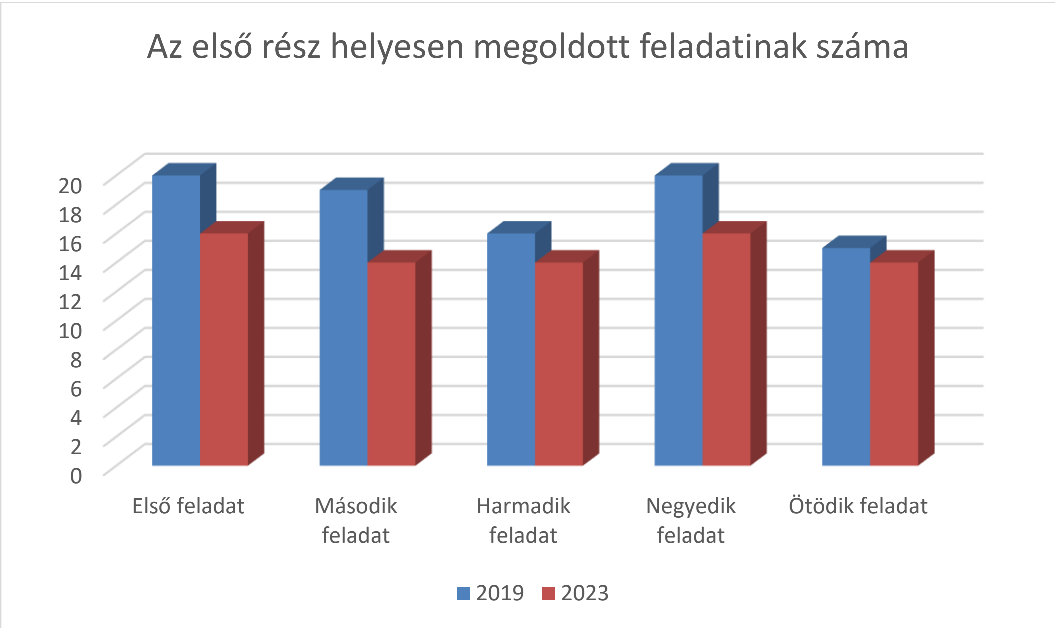
Egy biliárdasztal egyik sarkához rögzített koordinátarendszerben a piros golyó az $A=(3; 3)$ pontban, a kék golyó a $B=(16; 10)$ pontban áll. A pirossal a falat (x tengelyt) érintve kell eltalálni a kék golyót.

a) Milyen egyenletű egyenes mentén kell elindítani a piros golyót?

b) A faltól számítva milyen szögben indítsuk a piros golyót?

3. Az eredmények értékelése

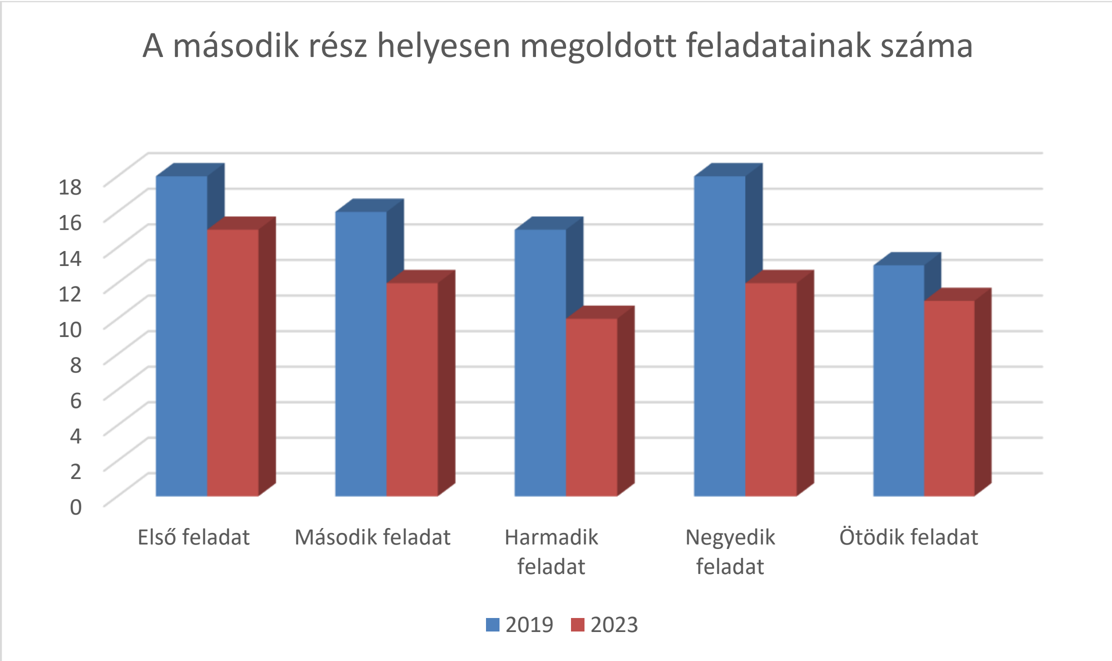
A feladatokat összesen 30 tanuló oldotta meg. Az alábbi diagram mutatja, hogy az első rész feladatait hányan oldották meg helyesen 2019-ben, illetve 2023-ban.



1. ábra: Az első rész helyesen megoldott feladatainak száma

Az eredményekből látható, hogy minden feladat esetében jobban szerepeltek 2019-ben a tanulók, mint 2023-ban.

Az alábbi diagram mutatja, hogy a második rész feladatait hányan oldották meg helyesen 2019-ben, illetve 2023-ban.



2. ábra: Az második rész helyesen megoldott feladatainak száma

Az eredményekből látható, hogy ebben a részben is minden feladat esetében jobban szerepeltek 2019-ben a tanulók, mint 2023-ban.

4. Összefoglalás

Az eredményekből elmondhatjuk, hogy ugyanazon iskola 12. osztályos diákjai a digitalis oktatásra való átállás után a matematikai feladatokat kevesebb sikerrel oldották meg, mint amikor jelenléti oktatásban vettek részt. Az is látható, hogy a matematikai modellek felírását igénylő, alkalmazászemléletű feladatok megoldása során nagyobb volt a visszaesés, mint a tisztán matematikai feladatok esetén.

Köszönetnyilvánítás

Jelen konferenciacikk a Pallas Athéné Domus Meriti Alapítvány támogatásával valósult meg.

Felhasznált irodalom

[1] Horváth Á, *Logikai feladatok középiskolásoknak,* ELTE szakdolgozat, 2012.

[2] www.kooperativ.hu

[3] www. oktatas.hu

Mit ne tanítsunk? A környezet változásának hatása az oktatásra

KOCSIS IMRE

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék kocsisi@eng.unideb.hu

Absztrakt. A technológia egyre gyorsuló változása kihat a mérnöki munkára, az elvárt tudásra és kompetenciákra, így az oktatásra is. Egyre nehezebb megmondani azt is, hogy a műszaki alapozó tárgyak keretében milyen ismerteket kell átadni a mérnökhallgatóknak, hiszen egy ideális tudáslista annyi elemet tartalmazna, amit képtelenség megtanítani, de még nagyvonalakban áttekinteni is nehéz lenne. Közben pedig a hallgatók számára egyre kevésbé motiváló a „tudásért való tanulás”.

Bevezetés

Minden folyamatban, így az oktatásban is folyamatosan vizsgálni kell(ene) az eredményesség és a hatékonyság kérdését, azt, hogy mit, mikor és hogyan tanítsunk. A válaszok változnak, mert változik a környezet, és az egyre gyorsabban változik.

Ma gyakorlatilag minden matematikai tartalom elérhető. Évtizedek óta rendelkezésre állnak azok a matematikai szoftverek, melyek képesek numerikusan és szimbolikusan egyaránt megadni a mérnökképzésben megjelenő problémák matematikai megoldását, bár ezeket sokáig csak egy szűk kör tudta használni a magas licensz díjak miatt. Jó ideje bárki számára bármikor ingyenesen elérhetők online matematikai alkalmazások, melyek a szokásos matematikai ismeretekhez kapcsolódó számolásokat el tudják végezni. Aki fizetni is tud érte, elérhető áron kap olyan eszközt, ami nagy valószínűséggel a mérnökképzés során felmerülő minden számolási problémára ad megoldást.

Ezen túl elérhetők matematikai tartalmat szolgáltató oldalak, oktató videók, online kurzusok, melyek alternatívát kínálnak az iskolai tanulási folyamattal szemben. Ma egy fogalomra, módszerre akkor is interneten keresünk rá, ha rendelkezésre áll nyomtatott vagy elektronikus tankönyv vagy jegyzet, mert a lehető leggyorsabban szeretnénk megkapni a választ.

Most pedig a mesterséges intelligencia magas szintű alkalmazására épülő alkalmazások rohamos elterjedésének időszakában vagyunk. Az új alkalmazások megértenek összetett feladatokat, és válaszul részletes számításokat, levezetéseket és magyarázatokat generálnak.

A hallgatók részéről természetes módon vetődik fel a kérdés, hogy miért kell megtanulni kiszámolni olyan dolgokat, amit a zsebükben lévő eszköz azonnal megad. És ez a kérdés megjelenik a közoktatásban is, elkerülhetetlenül átalakítva a matematika tanulásához való hozzáállást. Szélsőséges esetben még a tanári szerepen is csorba eshet, ha a tanár nem képes kezelni azt, hogy bizonyos tekintetben a tanulók zsebében lévő eszköz „többet tud” mint ő. Az egészséges tanár-tanuló viszony kialakításához a tanárnak érzékelnie kell, hogy a mai tanulók hogyan gondolkodnak a tanulásról és a tanárok szerepéről.

A matematika tanításával kapcsolatos dilemmák minden új számolóeszköz (egyszerű számológép, programozható számológép, szimbolikus matematikai műveleteket elvégző szoftverek, statisztikai számításokat elvégző szoftverek stb.) megjelenésekor felvetődtek, minden esetben lehetett előnyökről, hátrányokról beszélni. Előbb-utóbb minden eszköz használata elfogadottá kell váljon, mert a technológia fejlődését nem lehet megállítani. A mérnökök természetesen minden elérhető eszközt használnak a munkájuk során a nagyobb hatékonyság elérése érdekében, a képzés során pedig fel kell készíteni őket ezek használatára.

Az tehát nem kérdés, hogy minden eszközt használnunk kell valamilyen módszertan szerint, inkább arra kell választ adni, hogy mit tanítsunk és mit ne tanítsunk. Aztán választ lehet adni arra is, hogy azt milyen módon tegyük, az eszközökre épülő tanulás jellege jelentősen függ attól, hogy mit akarunk megtanítani.

1. Kimeneti szintek és ismeretkörök

A mérnökképzés tömegessé válása, a műszaki területen meglévő kompetenciaigények széles spektruma miatt elkerülhetetlen a kimenet differenciálása, ami maga után vonja az oktatási folyamat differenciálását.

A mérnöki alap- és mesterképzések kimenetének egyfajta kategorizálása lehet a következő:

- technikus (mérnöki BSc végzettséggel rendelkező, technikusi szintű feladatokat végző személy),
- üzemmérnök,
- tervezőmérnök,
- mérnöktudós.

A mérnöki alap- és mesterképzések matematika tananyagában megjelenő tudáselemek egyfajta kategorizálása lehet a következő:

- alapfogalmak, alapvető összefüggések
- egyszerű algoritmikus számolási módszerek (pl. deriválás, lineáris egyenletrendszerek, lineáris konstansegyütthatós DE-ek)
- összetett algoritmikus számolási módszerek (pl. integrálás helyettesítéssel, racionális törtfüggvények integrálása, differenciálegyenlet-rendszerek)
- matematikai „kreativitást” igénylő, nem algoritmikus számolások (pl. integráló tényező alkalmazásával egzakttá tehető DE-ek)
- alapvető modellezési feladatok
- bonyolult szakmai ismereteket és matematikát igénylő modellezési feladatok
- egyes elméletek célzott elemeinek tárgyalása kellő mélységben (pl. vektoranalízis, integráltranszformációk, ortogonális függvényrendszerek)

- teljes elméletek, matematikus szemlélet (pl. komplex függvénytan, PDE, funkcionálanalízis)

Érdemes megvitatni, hogy az egyes kimeneti szintek milyen matematikai felkészültséget igényelnek, és ahhoz igazítani a tartalmat és a módszertant.

A következő táblázat a szükséges ismeretkörök egyfajta hozzárendelését adja az említett ismeretköröknek.

	tech-nikus	üzem-mérnök	tervező-mérnök	mérnök-tudós
alapfogalmak, alapvető összefüggések	✓	✓	✓	✓
egyszerű algoritmikus számolási módszerek (pl. deriválás, lineáris egyenletrendszerek, lineáris konstansegyütthatós DE-ek)	?	✓!	✓	✓
összetett algoritmikus számolási módszerek (pl. integrálás helyettesítéssel, racionális törtfüggvények integrálása, differenciálegyenlet-rendszerek)			✓	✓
matematikai „kreativitást” igénylő, nem algoritmikus számolások (pl. integráló tényező alkalmazásával egzakttá tehető DE-ek)			?	✓
alapvető modellezési feladatok		✓	✓	✓
bonyolult szakmai ismereteket és matematikát igénylő modellezési feladatok			✓	✓
egyes elméletek célzott elemeinek tárgyalása kellő mélységben (pl. vektoranalízis, integráltranszformációk, ortogonális függvényrendszerek)			✓	✓
teljes elméletek, matematikus szemlélet (pl. komplex függvénytan, PDE, funkcionálanalízis)				✓

A mérnöki matematika tanítására fordított idő jelentős része klasszikusan a számolási módszerek, trükkök megmutatásával és begyakoroltatásával telt. Egyrészt meg kellett tanulni számolni, mert a kézi számolásokra szükség volt, és ez sokak számára nehézséget okozott és lassan ment, másrészt az absztrakt elmélet mélyebb megértése és alkalmazása csak kevés hallgató számára volt elérhető, vagy elérni kívánt cél.

A mérnökképzésekbe kerülő hallgatók matematikai tudásszintjének csökkenése, az elmélet tanulása iránti nagyfokú motiválatlanság és a matematikai tárgyak teljesítési arányára vonatkozó adminisztratív elvárások a minimálisan elvárt ismeretek megtanításának irányába tolták el az oktatási tevékenységet: minél kevésbé felkészült egy csoport, annál inkább az algoritmikus számolási módszerek begyakorlása irányába tolódik el az órai munka és a számonkérés. Vagyis a gyengébb képességű hallgatók esetén éppen azokat a tudáselemeket erőltetjük (pl. határértékszámítás, integrálás, lineáris algebrai számolások), melyek könnyen elérhetők, ez a „megoldás” ellentétes azzal, hogy az eszközök „mindent” ki tudnak számolni.

A „technikus” szinten felvetődik, hogy érdemes-e számolási algoritmusok elvégzését megtanítani, vagy csak az alapfogalmak, alapvető összefüggéseket és a számolóeszközök használatát.

Az „üzem-mérnök” szinten a természettudományi és a szaktárgyak tananyagára épülő és szemléletformáló, alapvető modellezési feladatok megoldására kellene a hangsúly helyezni a számolási algoritmusok betanítása helyett. A számolóeszközök értő alkalmazása lehetőséget teremt a modellekben való érdemi vizsgálatokra, a „mi van akkor, ha” típusú kérdések feltételére.

A tervezőmérnök és a mérnöktudós szinten az elmélet tárgyalása mindenképpen szükséges, a mérnöktudósoknak képeseknek kell lenniük „matematikusként” megközelíteni a problémákat és alkotó módon használni az elméleti ismereteket.

2. Konklúzió

Az AI alkalmazások egy általános következménye, hogy a középszerű tudásra egyre kevésbé lesz igény. Az automatizálható tevékenységeket egyre kevésbé fizetik meg, végül ezek az emberi tevékenységek eltűnnek.

A tanításban tekintettel kell lenni arra, hogy tevékenységként minek van értelme (mi piacképes). Így sematikus számolási algoritmusok (például egy lineáris egyenletrendszer megoldása, egy mátrix inverzének kiszámolása, határértékek, primitív függvény meghatározása) betanítása és gyakoroltatása szükségtelen.

Közben a matematikai gondolkodás elemeire (logika, algoritmusok, optimalizálás, numerikus módszerek) és a matematikai modellalkotásra és modellekben való értő vizsgálatokra egyre nagyobb szükség van ahhoz, hogy a mérnökök értelmezni és kontrollálni tudják a szoftverek által felkínált megoldási lehetőségeket.

Ahhoz, hogy helyesen tudjuk meghatározni, mit (ti. milyen sematikus számolási eljárásokat) ne tanítsunk, meg kell vizsgálni, hogy az egyes számolási metódusok tanításának mi a funkciója a matematikai tananyag elsajátításában. Azokat a számolási lépéseket, szinteket, melyek megtanulása a megértést támogatja nem szabad elhagyni. Például a lineáris differenciálegyenletek elméletében a karakterisztikus polinom gyökeinek meghatározása lényeges elem, az oktatásban ezt a lépést nem szabad kihagyni, és a szoftvertől közvetlenül a megoldást kérni, de magát a gyökmeghatározást már lehet a szoftvertől kérni (miután néhány alacsony fokszámú polinom gyökét példaként meghatároztuk).

A „papíron való kiszámíthatóság” követelménye beszűkíti a megoldható feladatok körét. A „kitenyésztett” példák világába való beleragadással éppen azt a lehetőséget veszítjük el, hogy a mérnöki problémamegoldásra készítsük fel a hallgatókat.

Az energiaátmenet lehetőségei a Debreceni Egyetem Műszaki Kar campusán

KULCSÁR, B.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék kulcsarb@eng.unideb.hu

Absztrakt. A Debreceni Egyetem és benne a Műszaki Kar, jelentős kihívások elé került az orosz-ukrán háború kapcsán kialakult energiaválság kapcsán. Az energiaárak a többszörösére növekedtek, mely így a campus működtetését sodorta veszélybe. A többségében elavult épületszerkezetek hőtechnikai átalakításával, a nap és szélenergia-termelési adottságok kihasználásával és energiatárolással a campus épület-komplexuma 100%-ban átállítható megújuló energiaforrásokra mind a villamosenergia-fogyasztás, mind a fűtés-hűtés tekintetében.

Bevezetés

Az európai épületállomány jelentős része energetikailag nem felel meg a kibocsátás csökkentési, energiahatékonysági, fenntarthatósági és önfenntartási kihívásoknak [1]. Fontos tehát vizsgálni azt a kérdést, hogyan lehet átalakítani a meglévő épületállományt úgy, hogy azok a fenntarthatósági elvárásoknak megfeleljenek. Az ember okozta klímaváltozás ténye évek óta bizonyított, azonban közvetlen hatásainak mértéke még nem érte el az emberiség ingerküszöbét. Változások és alkalmazkodás világszerte zajlik, azonban ennek mértéke lokálisan eltérő [2]. A globális társadalom egyre inkább elismeri a változtatás szükségességét, cselekvés azonban csak akkor követi, ha közvetlen és erős hatások érik [3].

Ilyen hatás a 2022-ben eszkalálódott orosz-ukrán háború, ami miatt az Európai Unió országai jelenleg nem tudnak hozzáférni az Oroszországból importált kőolaj és földgázkészletekhez. Az Ukrajnával szembeni orosz agresszióra válaszul az Európai Unió gazdasági szankciókat vezetett be Oroszországgal szemben. Ellenlépésként Oroszország korlátozza az EU felé irányuló energiaszállításokat. Az Unió országainak saját fosszilis készletei és a kitermelés nem fedezi a fogyasztást, így azt távolabbi forrásokból kell beszerezni, ami jelentősen drágább. Ez a helyzet egekbe röpítette az energiaárakat.

Régóta ismert tény, hogy Európa nem rendelkezik számottevő fosszilis-energiaforrásokkal. Így importra szorul és ki van szolgáltatva az energiaexportáló országoknak. A kiszolgáltatottság megszüntetésére nem látszik más út, mint Európa energiarendszerének átalakítása a kontinens területén elérhető megújuló energiaforrások használatára. A globális felmelegedés mellett így újabb és sürgető nyomás nehezedik az energiaváltás megvalósítására.

1. Cél és kihívás

E folyamat egyik területi szegmense a települési energia ellátás biztosítása helyi megújuló forrásokból. Mindezt úgy kellene elérni, hogy az energiatermelésbe ne vonjunk be értékes természeti környezetet és mezőgazdasági területeket. A cél a település energia igényének biztosítása a település saját területén elérhető megújuló forrásokból.

Ez nagy kihívás, ugyanakkor egy nagyszerű kutatási terület is. Tehát hogyan lehet egy település villamos energia, fűtési és hűtési, valamint közlekedési energia igényét 100%-ban megújuló forrásokból biztosítani, kizárólag a település belterületén megtermelve azt. Az adott földrajzi hely környezeti és infrastrukturális vizsgálatai megmutatják, milyen adottságok használhatók a cél megvalósítása érdekében.

2. Elméleti mintaprojekt

A megoldási lehetőségeket a Debreceni Egyetem Műszaki Karának Ótemető utcai épület-komplexumán keresztül vizsgáltuk:

Az energiaválság Debrecen várost és a Debreceni Egyetemet is sújtja. Ennek ellenére most is biztosítani kell az elégséges szolgáltatásokat az épületekben. Ugyanakkor, hosszú távú megoldást kell találni, hogy a kiszolgáltatottság megszűnjön és a jelenlegi helyzet a jövőben többet ne forduljon elő. A fő cél a fenntarthatóság biztosítása. A háború miatt kialakult energiaválság csak ízelítő abból, milyen lesz a jövő a változtatás elmaradása esetén.

A Műszaki Kar épületeinek fűtése részben távfűtéssel, részben földgázzal történik. A távfűtést a városi távhőszolgáltató biztosítja, mely hő földgáz alapon kerül előállításra. A Debreceni Egyetem a földgázt a gázszolgáltatótól, a villamos energiát a regionális egyetemes szolgáltatótól vásárolja.

A jelenlegi helyzetben a földgáz piaci ára, a korábbi nyolcszorosára emelkedett. A városi távhőszolgáltató a korábbi 18 szorosáért biztosítja a hőszolgáltatást, a villamos energia ára pedig a kétszeresére emelkedett.

A válságra adott azonnali reakció a villamos energia és hőfogyasztás csökkentési intézkedések bevezetése, az épületekben végzett munka átcsoportosítása, a korszerűtlen épületszárny lezárása, hosszabb téli oktatási szünet, valamint rövidebb nyári szünet elrendelése.

A lehetséges hosszú távú megoldás a kiszolgáltatottság megszüntetése, valamint az épület-komplexum átállítása az energetikai önellátásra.

3. Jelenlegi energetikai helyzet

- A campus épületeinek egy része korszerűtlen, szerkezetileg elavult: nincsen hőszigetelés, rosszak a nyílászárók, pazarló és nehezen szabályozható fűtési rendszerrel rendelkezik.
- A Műszaki Kar kiszolgáltatott az energiaszolgáltatóknak, az energiaszolgáltatók pedig kiszolgáltatottak az import energiaforrásoknak.

- A vásárolt energia 85%-ban fosszilis primer energiaforrásokból – elsősorban földgáz és lignit, valamint 15%-ban megújuló-energiaforrásokból, biomasszából és napenergiából származik.
- Az épületben használt helyi megújuló energiaforrások aránya jelenleg 0%.
- Éves villamosenergia-fogyasztás: 563,351 MWh („A" épület), 18,724 MWh („B" épület).
- Éves villamosenergia-fogyasztás összesen: 582,075 MWh
- Éves távhőfogyasztás: 6888 GJ („A" épület)
- Éves földgázfogyasztás: 19.827 m3 („B" épület)

4. Adottságok

Villamos energia

- Az épületek jelentős méretű szabad tetőfelülettel, valamint külső függőleges falfelülettel rendelkeznek.
- A campus épületei magasságukkal kiemelkednek a családi házas beépítésű környezetből, így jól benapozott és kevésbé zavart szél éri.

Fűtés és hűtés

- Az épületek egyszerű, osztatlan szerkezetű tömbökből állnak.
- Az alternatív megoldásokhoz rendelkezik tartalék terekkel, egy belső, parkosított udvarral, valamint az épületek közötti parkolóval.

5. Hosszú távú energetikai megoldás

A hosszú távú energetikai megoldás az épület-komplexum villamosenergia, valamint fűtési és hűtési energiaigényének biztosítása 100%-ban a helyben elérhető megújuló energiaforrásokból.

Villamosenergia-termelési lehetőségek:

- Napelemek és napkollektorok telepítése a tetőkre.
- Napelemek telepítése a függőleges falakra.
- Napelemek telepítése az épületek közötti parkoló fölé.
- Napelemes villanyoszlopok telepítése a campus külső tereinek megvilágítására.
- Napelemek telepítése az épületek falára, az ablakok fölé, mint napárnyékolók és egyben energiatermelők.

- Szélturbinák telepítése a tetőkre, a villanyoszlopokra, valamint szabadon álló turbinák az udvarra.

Naperőművek telepítése a tetőkre

A Műszaki Kar épületei 4000 m2 lapostetővel és 500 m2 38°-os dőlésszögű kelet-nyugati, valamint észak-déli tájolású tetőfelülettel rendelkeznek. Ezekre a felületekre egy 250 kW összteljesítményű naperőmű telepíthető, amely évente megközelítőleg 300 MWh villamos energiát termel. A kedvező tájolású tetőfelületeken, ahol a paneleket közvetlen napsugárzás éri a monokristályos napelemek telepítése a kedvezőbb.

Várható megtermelt villamos energia évente:

- 300 MWh/év: amennyiben a magyarországi klimatikus viszonyokat (átlagos napsütéses órák száma), 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.
- 292 MWh/év: a Photovoltaic Geographical Information System adatai szerint [4], amennyiben a magyarországi klimatikus viszonyokat (átlagos napsütéses órák száma), 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.

Napelemek telepítése a függőleges falakra

A napelemek telepítésére alkalmas függőleges falfelületek mérete 260 m2, melyek északi (105 m2) és nyugati (154 m2) tájolásúak. Az általuk megtermelhető villamos energia 27 MWh évente. Ezekre a felületekre, az alacsonyabb hatékonyságú, azonban a szórt fényt (nem közvetlen besugárzást) jobban hasznosító polikristályos napelemek telepítése a kedvezőbb.

Várható megtermelt villamos energia évente:

- 27 MWh/év: a PVGIS adatai szerint [4], amennyiben a magyarországi klímatikus viszonyok (átlagos napsütéses órák száma) és 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.

Napelemek az ablakok fölé, mint napárnyékolók és energiatermelők.

A főépület nagy keleti és valamivel kisebb nyugati tájolású öt szint magasságú homlokzatokkal rendelkezik. Az ablakfelületeket közvetlen napsugárzás éri, ami a helyiségek erős nyári felmelegedéséhez vezet. Ennek következtében a lokális klímaberendezéssel rendelkező helyiségek hűtéséhez jelentős többlet energiára van szükség, a nem hűtött helyiségekben pedig a nyári félévben a hőség miatt ellehetetlenül a hatékony munkavégzés . Az ablakok fölé napelemek építhetők be, amelyek az energiatermelés mellett árnyékoló funkciót is betöltenek. Az ide telepíthető napelemek teljesítménye 105 kW.

Várható megtermelt villamos energia évente:

- 126 MWh/év amennyiben a magyarországi klímatikus viszonyokat (átlagos napsütéses órák száma), 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.
- 97 MWh/év: a PVGIS adatai szerint [4], amennyiben a magyarországi klímatikus viszonyok (átlagos napsütéses órák száma), 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.

Napelemek az épületek közötti parkoló fölé.

Az épületek közötti parkoló fölé 108 KW napelem kapacitás telepíthető, amely évi 130 MWh áramot képes termelni. Az erőmű további előnye, hogy árnyékolja a járműveket, amelyek nyáron kevésbé hevülnek fel, így kevesebb energia kell a hűtésükre. A napelemekről lefolyó csapadékvíz a zöldfelületre vezethető, valamint a szürkevíz az épületben is felhasználható. A klímaváltozással szélsőségesebbé váló időjárás során sűrűbben fordulnak elő erős jégveréssel járó csapadék események, melyek ellen a járművek fölé telepített naperőmű további védelmet nyújt.

Várható megtermelt villamos energia évente:

- 130 MWh/év: amennyiben a magyarországi klímatikus viszonyok (átlagos napsütéses órák száma), 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.
- 131 MWh/év: a PVGIS adatai szerint [4], amennyiben a magyarországi klímatikus viszonyok (átlagos napsütéses órák száma), 20%-os hatásfok melletti csúcsteljesítményt és 14%-os hálózati veszteséget vesszük figyelembe.

A fenti napelemes lehetőségekkel megtermelhető villamos energia mennyisége összesen: 547 MWh/év. A Debreceni Egyetem Műszaki Kar campus éves villamosenergia-fogyasztása összesen: 582,075 MWh/év. E számítások alapján, amennyiben az összes napenergia termelési lehetőséget figyelembe vesszük, a napelemes rendszerek az éves fogyasztás 94%-át biztosíthatják.

Napkollektorok az épületek tetejére

A Műszaki Kar épületeinek viszonylag alacsony a használati-melegvíz igénye, azonban az oktatási épületek mellé épített kollégium, jelentős vízigénnyel bír. A kollektorok által előállítható melegvíz – elsősorban az átmeneti (tavasz, ősz) időszakokban – jelentős hőszolgáltatás nyújtására is képes.

A tetőfelületekről lefolyó csapadékvíz az épületekben akár szürkevízként, akár – helyi tisztítást követően – ivóvízként is hasznosítható: ivóvíz, fűtés vízigénye, öntözővíz a parkgondozáshoz.

Szélturbinák telepítése a tetőkre, valamint a kert és parkoló területek megvilágítását szolgáló villanyoszlopokra.

A szélturbinák naperőművek mellé telepítését több szempont is indokolja: Magyarországon a nyári félév naposabb, a téli félév szelesebb, a hibrid rendszer kiegyensúlyozottabb éves termelést tesz lehetővé. A kombinált működés a napi vagy heti termelést is egyenletesebbé teszi, így kevesebb energiatároló kapacitás telepítése szükséges.

Egy 1000 W beépített teljesítményű vertikális szélturbina egy évben megközelítőleg 2 MWh villamos energiát termel [5], amennyiben a magyarországi szélerőművek átlagos kihasználtságát vesszük alapul, ami a 2021-es évben 22,72% volt [6].

Amennyiben 50 darab szabadon, valamint 50 db tetőre telepített, darabonként 1000W-os teljesítményű szélturbina kerül beépítésre, akkor azok megközelítőleg 200 MWh villamos energiát termelnek évente.

A fenti szélturbinákkal megtermelhető villamos energia mennyisége összesen: 200 MWh/év. A Debreceni Egyetem Műszaki Kar campus éves villamosenergia-fogyasztása összesen: 582,075 MWh/év. E számítások alapján, szélturbinák az éves fogyasztás 34%-át biztosíthatják. Az épületek tetőszerkezetére a vertikális és horizontális tengelyű szélturbinák számtalan változatát kínálja a piac, amelyek az épületek eltérő fekvésű, dőlésszögű felületein képződő légmozgásokat használják energia termelésre, például ferde tetőn vagy függőleges falon felfutó légáramlat, épületek közötti csatornahatás.

Energiatárolás

A nap és szélenergia zéró CO2 kibocsátású, azonban időjárásfüggő megújuló energiaforrások. A kiegyensúlyozott és független villamosenergia-ellátás érdekében tároló kapacitások beépítése szükséges. Az energiatárolásnak, jelen esetben több technológiája is alkalmazható:

- Akkumulátorok (villamos energia tárolás)

A Tesla különböző méretű akkumulátor rendszereket kínál a háztartásoktól a települési méretekig [7]. Napjainkban már több gyártó is kínál hasonló modulárisan bővíthető akkumulátor rendszereket.

- Homok akkumulátor (hőenergia tárolás)

A finn Polar Night Energy vállalat telepítette a világ első működőképes "homokakkumulátorát", amely a nap- és szélenergia által termelt energiát hő formájában tárolja egy 100 tonna homokkal teli, szigetelt silóban [8].

- Felszínalatti víztartály, betonakkumulátor, olvadt só, töltött ágyas tároló (hőenergia tárolás)

Az egyik legolcsóbb és leggyakrabban használt tárolási lehetőség a víztartály. Azonban az olyan anyagok, mint az olvadt sók vagy fémek a víznél magasabb hőmérsékletre melegíthetők, és ezért nagyobb tárolókapacitást kínálnak. Az energia föld alatt is tárolható, vagy egy földalatti tartályban, vagy valamilyen hőátadó folyadékban, amely függőlegesen vagy vízszintesen elhelyezett csőrendszeren keresztül áramlik. Egy másik rendszer a töltött ágyas tárolóegység, amelyben valamilyen folyadék vagy levegő áramlik át egy lazán tömörített kőzet, kavics vagy kerámiatégla ágyon a hő hozzáadása vagy kivonása érdekében.

- Hőenergia tárolás mélygarázsban

Debrecen város a település-vezetés hosszútávú gazdaságfejlesztési stratégiájának köszönhetően dinamikus fejlődési szakaszban van. Ennek eredményeként számos nemzetközi vállalat települt a városba, például a Krones, Continental, Thyssenkrupp, Egis, Teva, FAG, National Instruments, Contemporary Amperex Technology, KITE. A cégek zászlóshajója a BMW, mely egy 150 000 jármű előállítására alkalmas gyárat épít. A vállalatok magas humánerőforrás igényekkel jelentkeznek a Debreceni Egyetem, benne e Műszaki Kar irányába. Ennek köszönhetően jelentős infrastukturális beruházások várhatóak a Műszaki Karon. Ez lehetőséget teremt az energetikai szempontok újra gondolására is.

A Műszaki Kar és környezetének egyik nagy problémája az alacsony parkoló kapacitás. Egy udvar alatti mélygarázs építése lehetőséget teremthet a parkolás megoldása mellett az épületek fűtési és hűtési igényeinek biztosítására is. A közel állandó léghőmérsékletű mélygarázs levegőjét hőszivattyú segítségével az épületekben, télen fűtésre, nyáron hűtésre lehetne felhasználni. A garázs alá vagy az udvar terepszintje alá talajkollektoros hőszivattyús fűtési rendszer is kiépíthető. Ezzel a módszerrel szintén megoldható a fűtés és hűtés.

- Fűtés és hűtés hőszivattyúval.

Jelen esetben a legoptimálisabb megoldás a hőszivattyús fűtés lehet. Annak két változata a víz-víz, illetve a levegő-víz hőszivattyú. A működéséhez szükséges villamos energiát megtermelik a napelemek és a szélturbinák. A villamos energia és a hő többféle hőtároló közegben raktározható, mely így folyamatos működést biztosít.

A fenti energiatermelési becslések szerint a nap-szél hibrid rendszer képes megtermelni a Műszaki Kar campus éves villamosenergia-fogyasztásának megfelelő mennyiségű villamos energiát. Túltermelés esetén a villamosenergia-többlet áram és hő formájában is raktározható, mellyel az épületek fűtési és hűtési energia igénye is biztosítható.

6. Finanszírozás és várható haszon

Az öt épületrészből álló campus teljes energetikai átalakítása jelentős forrásigénnyel bír, azonban számtalan finanszírozási lehetőség és módszer áll rendelkezésre. Mivel az energetikai átalakítási javaslat fenntarthatósági célokat valósít meg, ami az Európai Unió legfőbb célkitűzései között szerepel, így jelentős uniós források vehetők igénybe a megvalósításhoz.

A magas fosszilis energia költségeket a 100%-os megújuló energia átalakítási projekt elképzelés közel nullára redukálja, így a Debreceni Egyetem és a Magyar Állam fenntartási terhei hosszú távon csökkennének. Ez alapján mind az egyetemnek, mind az államnak érdeke az ilyen és ehhez hasonló projektek támogatása.

A Műszaki Kar jelenleg a korábbi költségek többszörösét kénytelen kifizetni az energiára. A 100%-os átállás a megújuló-energiaforrásokra önellátóvá teszi a campust. Amennyiben a Kar az energetikai átalakítás finanszírozásához hitelt vesz igénybe, úgy egy ideig szintén magas költségei lesznek, azonban ezt már nem az energiaárak hektikus és kiszámíthatatlan finaszírozására kell fordítania, hanem egy kiszámítható hitelprogramra, amelynek végén egy energetikailag önfenntartó és az energiaszolgáltatóktól, külső politikai hatásoktól független, valamint fenntarthatóan működtethető campus jön létre.

A megvalósítás várható haszna a fenntarthatóság, az energetikai függetlenség és forrás-megtakarítás. A projekt elemei, valamint a komplex rendszer oktatási, kutatási, demonstrációs és PR-célokra is hatékonyan felhasználható, mellyel a Debreceni Egyetem és benne a Műszaki Kar példát mutat a hallgatóinak a városnak és a világnak egyaránt – green university.

Felhasznált irodalom

[1] [Az Európai Parlament és a Tanács (EU) 2018/844 irányelve (2018. május 30.) az épületek energiahatékonyságáról szóló 2010/31/EU irányelv és az energiahatékonyságról szóló 2012/27/EU irányelv módosításáról]

[2] [Erneuerbare-Energien-Gesetz 2017 (EEG 2017) https://www.erneuerbare-energien.de/EE/Redaktion/DE/Dossier/eeg.html?docId=72b6752a-1ad5-4029-a969-1ddd04e938d9]

[3] [*Stern, N. (2006). "Stern Review on The Economics of Climate Change (pre-publication edition). Executive Summary". HM Treasury, London. Archived from the original on 9 March 2010. Retrieved 31 January 2010.*]

[4] Photovoltaic Geographical Information System, PVGIS, https://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/

[5] (Megújuló energiák, http://www.megujuloenergiak.eu/vertikalis-szelgenerator)

[6] (Magyar Energetikai és Közmű-szabályozási Hivatal, MEKH, A magyar villamosenergia rendszer 2021. évi adatai, Szélerőművek kihasználtsága, 2020-2021. https://www.mekh.hu/download/1/72/31000/MEKH_statisztikai_kiadvany_villamos_energia_A4_web_V%C3%89GLEGES.pdf)

[7] Tesla Powerwall, Powerpack, Megapack, https://www.tesla.com/powerwall

[8] Polar Night Energy https://polarnightenergy.fi/technology

Téri intelligencia

NAGYNÉ KONDOR, R.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék rita@eng.unideb.hu

Absztrakt. A cikk célja, hogy a felsőoktatásban és a mindennapokban a téri intelligencia szerepét bemutassa, továbbá arról számol be, hogyan mérhető és hogyan fejleszthető a téri intelligencia, illetve milyen hátrányokkal járhat, ha e képességben hiányosságok tapasztalhatók.

Bevezetés

A téri intelligencia vagy térszemlélet a két- és háromdimenziós alakzatok észlelésének, ábrázolásának, rekonstruálásának és mentális manipulálásának képessége [4, 12].

A tér intelligencia kritikus szerepet játszik a matematika tanulásában és számos szakmában is, továbbá a mindennapi tevékenységeik során szükségünk van a megfelelő szintű téri intelligenciára, térszemléletre. A térszemlélet kapcsolata egyéb készségekkel a szakmódszertani, pszichológiai és idegtudományi kutatások által aktívan vizsgált terület. E területre is igaz, hogy a különböző tudományterületek összekapcsolásával, az eltérő tantárgyak integrációjával komplex fejlesztési célok valósíthatók meg [2, 6, 10].

A térben való tájékozódás elengedhetetlen feltétele a mérnöki tervező munkának és számos más szakmának. Kutatások szerint a térszemlélet szoros kapcsolatot mutat a természettudomány, a technológia, a mérnöktudomány és a matematikai (STEM) készségek fejlődési szintjével és az általános problémamegoldó képességgel, továbbá kapcsolat mutatható ki a matematikaoktatás, mérnökképzés, kémia, fizikaoktatás és pszichológia területén is [9, 14]. A térbeli képesség fontos az anatómiához is; ezt igazolja, hogy a magasabb Mentális Rotációs Teszt pontszámmal rendelkező hallgatók jobban szerepeltek az anatómiai vizsgákon [15].

A térbeli képességek tehát fontos helyet foglalnak el a természettudományos oktatásban, befolyásolva a jövő tudósainak hatékony nevelését. A tanárok térbeli képességei is befolyásolhatják a tanítási gyakorlatukat az osztályteremben, és ezáltal hatnak a diákjaik térbeli képességeire.

1. Nemi különbségek a térszemléletben

A téri intelligencia mérésére számos különböző módszert alkalmaznak, köztük a Mentális Rotációs Tesztet (MRT), a Mentális Vágási Tesztet (MCT) és a Purdue Térbeli Vizualizációs Tesztet (PSVT). E tesztek lehetnek papír alapú tesztek, illetve számítógép segítségével megoldható tesztek [5, 11].

Kutatások igazolják, hogy a nők gyengébb téri képességekkel rendelkeznek, mint a férfiak, főként a mentális forgatás feladatoknál. A téri képességösszetevők nemi különbségei láthatóak az 1. ábrán [8, 13].

Feladat	Férfiak jobbak	Nők jobbak
Útvonalemlékezés	• útvonal megtanulása új térképen • áttekintő téri relációs kép • geometriai alapú stratégia a térkép- és útvonaltanulásban	• emlékezés téri helyekre • emlékezés a bejárt útvonal mentén látható dolgokra • határkő alapú stratégia a térkép- és útvonaltanulásban
Térkép	• térképvázlat készítése • a térkép méreti tulajdonságainak ismerete • térképorientáció gondolati átrendezése • a valóságos viszonyoknak megfeleltethető térképvázlat készítése	• szubjektív viszonyítási rendszerű térképvázlat készítése
Mozgásértelmezés	• a kép 3D-s manipulációja • mozgó tárgyak viszonylagos távolság- és sebességbecslése • mozgások orientációja	
Térképformálás	• áttekintő jellegű mentális térkép	• útvonal jellegű mentális térkép

1. ábra: A téri képességösszetevők nemi különbségei (forrás: [8, 13])

Az 1. ábra alapján elmondhatjuk, hogy vannak olyan, a térszemlélethez kapcsolódó képességek, melyekben a nők jobbak; ezek főként a szubjektív viszonyítási rendszeren alapuló képességek. A hagyományos téri intelligenciamérő tesztek objektív viszonyítási rendszeren alapuló feladatokat tartalmaznak, valószínűleg részben ezzel magyarázható, hogy e teszteken a férfiak jobb eredményt érnek el.

2. Fejlesztés, kompenzálás

A megfelelő szintű téri intelligenciára nem csak bizonyos tudományterületeken van szükségünk, hanem a mindennapi tevékenységeink végzése során is.

A nem megfelelő szintű térszemlélet esetén problémát okozhat például:

- az új helyszínen, épületben eligazodás; a kijárat, a menekülési útvonal megtalálása.
- a térképen való eligazodás, illetve az útirányváltás követése a térkép forgatása nélkül.

Hogyan fejleszthető a térszemlélet? Főként gyermekkorban fejleszthető a következő játékokkal, tevékenységekkel:

- Lego, Geomag és egyéb építőjátékok, tangram, puzzle, sakk,
- 3D számítógépes játékok (3D tetris, labirintus),
- különböző sportok, csapatjátékok (pl. foci, kosárlabda),

- kincskeresős játékok (térkép alapján tájékozódás),
- a tárgyak különböző nézőpontokból történő lefényképezése,
- kézműves foglalkozások, barkácsolás, origami.

Ugyancsak hasznos a téri intelligencia fejlesztése szempontjából a Bee-Bot programozható játékrobot, mely már óvodás kortól használható az irányok tanításához, gyakorlásához, a térképen való eligazodáshoz, továbbá a programozás alapelemeinek játékos megismeréséhez.

Zich [16], illetve Fenyvesi és munkatársai [3] kutatásai szerint az origami papírhajtogatás alapú instrukciók pozitív hatással vannak a térbeli mentális képességre; a különböző élményközpontú megközelítések kombinációjával a tanulók változatos kontextusokban fejleszthetik térbeli képességeiket és az érvelést. E módszer a matematikai ismeretek valós alkalmazását szemlélteti, és közelebb hozza a tanulókhoz az elvont, nehéz geometriai fogalmakat, hiszen megköveteli, hogy a tanulók felismerjék az euklideszi geometria ismeretelméleti korlátait, perspektívát váltsanak és új megközelítésekkel kísérletezzenek.

Lin és Chen [7] kutatásában a modellezés és a STEM gyakorlatok együttes alkalmazását vizsgálták egy integrált STEM tanterv létrehozásához. A gyakorlatok témája az autópálya-útvonal kiválasztása volt. Eredményeik alapján e modellezési gyakorlatok fejlesztették a tanulók térbeli képességeit, továbbá a gyakorlatok hatására fejlődést tapasztaltak a diákok kísérleti és analógiás gondolkodásában is.

A fejlesztés mellett e képesség hiányosságainak kompenzálására számos alkalmazás létezik. Ezek közül egy az IKEA Place, mely a kiterjesztett valóságon alapuló mobilalkalmazás. Célja a cég által forgalmazott termékek elhelyezése a térben. A mobiltelefon kijelzőjén keresztül a bútor bekerül a saját szobába, körbejárható, méretarányos, valósan árnyékolt modell jelenik meg.

3. Összegzés

A nem megfelelő szintű térszemlélet számos tudományterületen jelent hátrányt, ezentúl problémát okozhat a mindennapi életben is.

A térszemlélet főként gyermekkorban fejleszthető bizonyos játékokkal, tevékenységekkel. E képesség hiányosságai részben kompenzálhatók. A tanórai keretek között a megfelelő szintű térszemlélet kialakításának, a külső és belső reprezentációk kialakulásának alapja a megfelelő szemléltetés. Ahhoz, hogy a fogalmak belső reprezentációja létrejöhessen, szükség van a külső reprezentációra. A fogalmak reprezentálásához Bruner (1974, idézi [1]) három reprezentációs külső síkot különít el:

- materiális (tárgyi),
- ikonikus (képi),
- szimbolikus (beszélt, írott nyelv).

E reprezentációs síkok állandó kölcsönhatásban vannak egymással. A három reprezentációs sík összekapcsolása a tanulási folyamatot megkönnyíti. E reprezentációs síkok összekapcsolásával az oktatás hatékonysága fokozható; ezért a számítógépes animációk mellett szükség esetén a hagyományos modellek alkalmazására is figyelmet kell fordítanunk az oktatás során, minden életkorban.

Felhasznált irodalom

[1] Ambrus, A. (2004) ’Bevezetés a matematika didaktikába’. Egyetemi jegyzet. ELTE Eötvös Kiadó

[2] Darai, Gy., Filep, G., Nagy-Kondor, R., Szíki, G. Á. (2015) ’Dynamics Experiments Applying NI Devices and LabVIEW’. Proceedings of the 3rd International Scientific Conference on Advances in Mechanical Engineering, ISBN 978-963-473-917-3, pp. 38-43.

[3] Fenyvesi, K., Budinski, N., Lavicza, Zs. (2014) ’Problem solving with hands-on and digital tools: Connecting origami and GeoGebra in mathematics education’. Conference proceedings, the closing conference of the project visuality & mathematics, Eger, Hungary, ISBN 978-615-5297-26-7, pp. 25–38.

[4] Gardner, H. (1983) ’Frames of mind: the theory of multiple intelligences’. Basic Books, New York

[5] Guzsvinecz, T., Szeles, M., Perge, E., Sik-Lanyi, C. (2019) ’Preparing spatial ability tests in a virtual reality application’. In: 2019 10th IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications (CogInfoCom), pp. 363–368.

[6] Kézi, Cs. (2018) ’A matematika alkalmazása a középiskolai fizikában és a kémiában’. International Journal of Engineering and Management Sciences, 3, pp. 33–38.

[7] Lin, J. W., Chen, Y. M. (2023) ’Unpacking Students’ Modeling Practices During a Modeling-Based STEM Curriculum on Highway Route Selection: Comparing Between High- and Low-Spatial Ability Students’. International Journal of Science and Mathematics Education, 18. https://doi.org/10.1007/s10763-023-10384-9

[8] Makádi, M. (2015) ’A téri képességek fejlesztése: Segédanyag a gyakorló iskolákban, a külső képzési helyeken a földrajztanárképzésben részt vevők számára’. ELTE TTK

[9] Nagy-Kondor, R., Esmailnia, S. (2021) ’Polyhedrons vs. Curved Surfaces with Mental Cutting: Impact of Spatial Ability’. Acta Polytechnica Hungarica, 18(6), pp. 71–83. https://doi.org/10.12700/APH.18.6.2021.6.4

[10] Nagy-Kondor, R. (2011) ’Technical Mathematics in the University of Debrecen’. Annales Mathematicae et Informaticae, 38, pp. 157–167.

[11] Nagy-Kondor, R. (2008) ’Using dynamic geometry software at technical college’. Mathematics and Computer Education, Fall, 42(3), pp. 249–257.

[12] Séra, L., Kárpáti, A., Gulyás, J. (2002). 'A térszemlélet. A vizuális-téri képességek pszichológiája, fejlesztése és mérése'. Comenius Kiadó, Pécs

[13] Szabó, T., Pšenáková, I. (2022) 'Téri képességek fejlesztése kiterjesztett valóság segítségével'. OXIPO: INTERDISZCIPLINÁRIS E-FOLYÓIRAT, 5(1). pp. 79–89.

[14] Turgut, M., Nagy-Kondor, R. (2013) 'Comparison of Hungarian and Turkish prospective mathematics teachers' Mental Cutting performances'. Acta Didactica Universitatis Comenianae, 13, ISBN 978-80-223-3507-2, pp. 47–58.

[15] Vorstenbosch, M. A., Klaassen, T. P., Donders, A. R. T., Kooloos, J. G. , Bolhuis, S. M. , Laan, R. F. (2013) 'Learning anatomy enhances spatial ability', Anatomical Sciences Education, 6(4), pp. 257–262.

[16] Zich, U. (2023) 'Origami and Descriptive Geometry: Tangible Models to Enhance Spatial Skills'. Nexus Network Journal. https://doi.org/10.1007/s00004-023-00694-4

Lemorzsolódás a hazai egyetemeken

NAGYNÉ KONDOR, R.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék rita@eng.unideb.hu

Absztrakt. A felsőoktatási tömegképzés hatására megjelenő heterogén hallgatói körrel együtt növekedett az egyetemeket végzettség nélkül elhagyók száma. E lemorzsolódás különösen magas a levelező, esti tagozatos hallgatók és a fizetős képzésen tanulók körében. A szakirodalom számos okát említi a lemorzsolódásnak a felsőoktatásban (többek között a képességek hiánya, az anyagi források hiánya, a nem megfelelő tanulási módszerek).

Bevezetés

A társadalom és az egyén számára is kulcskérdés a felsőoktatási tanulmányok eredményes elvégzése.

A középiskolát elvégezve egy-egy korosztály csaknem 40%-a kerül be a felsőoktatásba. Noha az Európai Uniós (EU) átlagnál Magyarországon lakosságarányosan kevesebb hallgató jár a felsőoktatási intézményekbe, a kiadott oklevelek száma mégis jóval alacsonyabb, mint amennyi a felvettek száma alapján elvárható lenne [14]. A felsőoktatási tömegképzés következtében létrejött heterogén hallgatói kör nehezen tart lépést a felsőoktatási követelményekkel, így megnövekedett a lemorzsolódók száma is.

1. Lemorzsolódás a középiskolában

Az EU statisztikai hivatal szerint a korai iskolaelhagyók definíciója: „a korai iskolaelhagyók azok a 18–24 éves fiatalok, akik nem rendelkeznek középfokú végzettséggel, és a felmérés időpontját megelőző négy hétben semmilyen képzésben nem vettek részt” [3]. Az EU a korai iskolaelhagyók arányának 10%-ra történő csökkentését tűzte ki célul 2020-ra, melyet Magyarország is vállalt [1, 9].

A nemzeti köznevelésről szóló 2011. évi CXC. törvény 4. § 37. pontja értelmében „lemorzsolódással veszélyeztetett az a tanuló, akinek az adott tanévben a tanulmányi átlageredménye közepes teljesítmény alatti vagy a megelőző tanévi átlageredményéhez képest legalább 1,1 mértékű romlást mutat” [1]. A nemzeti köznevelésről szóló törvény végrehajtásáról rendelkező 229/2012. (VIII. 28.) Korm. rendelet 1. § (2) bekezdés 21. pontja értelmében a köznevelési információs rendszer részeként működtetett korai jelző- és pedagógiai támogató rendszernek az a célja, hogy ezen lemorzsolódással veszélyeztetett tanulók számát csökkentse, pedagógiai, szakmai támogatást nyújtva a lemorzsolódással veszélyeztetett tanulóknak, az érintett pedagógusoknak és intézményeknek [1, 9, 13]. E rendszer három fő beavatkozási területe a következő:

- Prevenció,
- Intervenció,
- Kompenzáció.

2. Lemorzsolódás a felsőoktatásban

A cikk további részében a lemorzsolódók alatt a felsőoktatást végzettség nélkül elhagyókat fogjuk érteni.

A felsőoktatás egyetemesen hozzáférhetővé válásával növekedett a felsőoktatást végzettség nélkül elhagyók száma, amelynek számos oka lehet [7]. E lemorzsolódás különösen magas a levelező, esti tagozatos hallgatók és a fizetős képzésen tanulók körében [6]. A lemorzsolódás a műszaki, az informatikai, az orvosi és az agrárszakokat érinti leginkább [6].

Tóth kutatásában [12] a Debreceni Egyetemen a lemorzsolódásra vonatkozó statisztikai adatokat dolgozta fel. A vizsgálathoz a felsőoktatási információs rendszer (FIR) adatait használta. A 2010 és 2014 szeptemberben tanulmányaikat megkezdett hallgatók első képzését vette alapul, illetve a hallgatók képzésének lezárási típusait a 2018-ban összeállított FIR-adatbázis alapján. Ez alapján 2018-ig sikeres kimeneti vizsgát tett a hallgatók közel 44%-a, a hallgatók 37,1%-a lemorzsolódott vagy képzést/intézményt váltott [12].

A Debreceni Egyetem Műszaki Karon e vizsgálat alapján a kilépések típusai a következők voltak [12]:

0,6% Átvétel kérelemre más magyarországi intézménybe;

0,2% Költségtérítés nem vállalása átsoroláskor;

3,9% Bejelentkezés elmulasztás a megengedettnél többször;

6,5% Fizetési hátralék a képzésben;

7% Képzésváltás intézményen belül;

14,9% Saját bejelentés a képzés megszakítására;

54,8% Sikeres kimeneti vizsga;

4% Képzési kötelezettségek nem teljesítése;

8,1% Tanulmányok befejezése, végbizonyítvány megszerzése kimeneti vizsga nélkül;

\- Sikertelen javító- és ismétlő javítóvizsgák megengedett számának túllépése.

E szerint egyik legnagyobb probléma, hogy a hallgatók 6,5%-ának volt fizetési hátraléka a képzésben. 8,1%-uk pedig csak az abszolutórium megszerzéséig jutott el.

3. A lemorzsolódás okai

A lemorzsolódás komplex jelenség, amelynek számos oka van; szerepet játszik például a hallgatók társadalmi háttere, a hallgatók tanulmányi jellegzetességei (például a közoktatási karrierje, az esetleges tanulási problémák, tanulási zavarok), továbbá az alapvető személyiségtényezők [5].

Kutatások szerint a lemorzsolódás okai a következők lehetnek [10]:

- Kognitív képességbeli korlátok, elmaradások,
- Felkészületlenség a felsőoktatási életre,
- Anyagi források hiánya,
- Motiváció, elkötelezettség hiánya.

Továbbá az integrációs modell képviselői szerint, ha az egyén nem integrálódik megfelelően az intézménybe, hajlamosabb a lemorzsolódásra [11].

Ezt az integrációt, beilleszkedést meghatározza [4]:

- Családi háttér (szak-,intézményválasztásnál befolyás, tanulmányok iránti érdeklődés, anyagi támogatás, tanulmányi nehézség esetén reakció),
- Személyes jellemzők,
- Tanulmányi teljesítmény,
- Oktató-hallgató közti kölcsönhatások.

4. Összegzés

A társadalom és az egyén számára is esszenciális a közép- és felsőoktatási tanulmányok eredményessége. A közoktatásban a lemorzsolódás csökkentését törvényi szabályozás célozza. A köznevelési információs rendszer részeként működtetett korai jelző- és pedagógiai támogató rendszer segítségével a lemorzsolódással veszélyeztetett tanulók, az érintett pedagógusok és intézmények kapnak pedagógiai, szakmai támogatást.

A felsőoktatási tömegképzés hatására megjelenő heterogén hallgatói körrel együtt növekedett az egyetemeket végzettség nélkül elhagyók száma. E lemorzsolódás különösen magas a levelező, esti tagozatos hallgatók és a fizetős képzésen tanulók körében.

Az oktató hozzájárulhat a tantárgya jobb megértéséhez, ha a rendszerszemlélet kialakítására törekszik, fogalmi struktúrák segítségével, így az adott fogalmak a gyakorlatban könnyebben előhívhatók lesznek [8]. A hatékony tanulás alapfeltétele a megértés. A Bruner-féle [1974, idézi: 2] tárgyi, képi, szimbolikus reprezentációs síkok összekapcsolásával fokozható az oktatás hatékonysága minden életkorban.

Felhasznált irodalom

[1] ’A lemorzsolódás megelőzését szolgáló korai jelző- és pedagógiai támogató informatikai rendszer fő funkcióinak előzetes bemutatása’. https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/lemorzsolodas/OH_lemo_rendszer_tajekoztato.pdf

[2] Ambrus, A. (2004) ’Bevezetés a matematika didaktikába’. Egyetemi jegyzet. ELTE Eötvös Kiadó

[3] Csempesz, P. (2021) ’Korai iskolaelhagyás. Okok – következmények - megoldások’. Oktatási Hivatal, https://dl-sulinet.educatio.hu/download/ilmt/documents/korai-iskolaelhagyas-okok.pdf

[4] Józsa, G. (2020) ’Lemorzsolódási kockázat és jelentkezés a felsőoktatásba’. Képzés és gyakorlat, 18(1,2), pp. 55–66. https://doi.org/10.17165/TP.2020.1-2.

[5] Kovács, K. E., Bácsné Bába, É., Juhász, Cs., Máthé, E., Kocsis, I., Fenyves, V., Nagy, B. E. (2018) ’Két tanév tantárgyainak vizsgálata sikertelen teljesítés szempontjából a DE Gazdaságtudományi Kar hallgatói körében’. In: Pusztai, G. és Szigeti, F. (szerk.): Lemorzsolódás és perzisztencia a felsőoktatásban, Oktatáskutatás a 21. században 6., Debreceni Egyetemi Kiadó, pp. 250–262.

[6] Szabó, F. (2018) ’Riasztó lemorzsolódási adatok: van, ahol tízből négy hallgató otthagyja az egyetemet’. Eduline, Felsőoktatás. https://eduline.hu/felsooktatas/muszaki_kepzesek_lemorzsolodas_U0DZNP

[7] Szemerszki, M. (2018) ’Lemorzsolódási adatok és módszertani megfontolások’. In: Pusztai, G. és Szigeti, F. (szerk.): Lemorzsolódás és perzisztencia a felsőoktatásban, Oktatáskutatás a 21. században 6., Debreceni Egyetemi Kiadó, pp. 15–27.

[8] Tall, D., Vinner, S. (1981) ’Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity’. Educational Studies in Mathematics, 12, pp. 151–169. https://doi.org/10.1007/BF00305619

[9] ’Tájékoztató a lemorzsolódás megelőzését szolgáló beavatkozásokról és a korai jelzőrendszerhez kapcsolódó korai jelző-és pedagógiai támogató rendszer tervezett tevékenységeiről’. https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/lemorzsolodas/ESL_intezmenyi_beavatkozasok_tevekenysegek_taj201612.pdf

[10] Tinto, V. (1993) ’Leaving college: Rethinking the causes and cures of student attrition (2nd ed.)’. Chicago and London: The University of Chicago Press. https://doi.org/10.7208/chicago/9780226922461.001.0001

[11] Tinto, V. (1975) 'Dropouts from higher education: A theoretical synthesis of recent literature'. A Review of Educational Research, 45, pp. 89–125. https://doi.org/10.3102/00346543045001089

[12] Tóth, D. A. (2018) 'Elbukni a rajt után – Továbbtanulás és lemorzsolódás a Debreceni Egyetemen a képzési területek tükrében'. In: Pusztai, G. és Szigeti, F. (szerk.): Lemorzsolódás és perzisztencia a felsőoktatásban, Oktatáskutatás a 21. században 6., Debreceni Egyetemi Kiadó, pp. 225–238.

[13] Urbán, F. Á. (2017) 'Az iskolai lemorzsolódás megelőzését szolgáló korai jelző- és pedagógiai támogató rendszer'. Oktatási Hivatal, https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/lemorzsolodas/KNYF_ESL_2017_januar.pdf

[14] https://novekedes.hu/elemzesek/oriasi-a-lemorzsolodas-a-hazai-egyetemeken

Az e-learning tesztek hatékonyságának növelése statisztikai szempontok figyelembevételével

VÁMOSINÉ VARGA A.

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék vargaa@eng.unideb.hu

Absztrakt. A Covid 19–pandémia felgyorsította az elektronikus (e-learning) távoktatási és számonkérési módszerek fejlődését. A Debreceni Egyetem Műszaki Karán felduzzadt külföldi hallgatói létszám kikényszerítette, hogy a Matematika Szigorlat részben az egyetem egy számítógépes laborjában megírt online teszt segítségével történjen. A célunk az, hogy a tesztek eredményei minél pontosabb képet mutassanak a hallgatók tudásáról. Ebben az esettanulmányban arról lesz szó, hogy milyen eszközeink vannak erre az e-learning rendszerben.

Bevezetés

A pandémia időszaka alatt az oktatók sok tapasztalatot szerezhettek az online oktatásról és a vizsgáztatás módjáról. A Debreceni Egyetem Műszaki Karán a BSc képzésben résztvevő mérnökhallgatók két féléves matematika tanulmányaikat (8+6 óra) egy Matematika Szigorlattal zárják. A külföldi hallgatók szigorlata két részből áll(hat): Az írásbeli rész egy online teszt által történik az egyetem egy számítógépes laborjában a Moodle rendszeren keresztül, ahol pontos dokumentálása (naplózása) történik az eseményeknek. Az írásbeli rész alapján az elégtelentől a jó osztályzatig bármelyiket meg lehet szerezni. Ha valaki jeles osztályzatot szeretne, szóbeli vizsgát kell tennie. A szóbeli vizsgára való felkészüléshez a hallgatók a második félév elején tételsort kapnak. Ehhez a számonkérési rendszerhez feladatbázist kellett kiépíteni az e-learningben. Ahhoz, hogy a szerzett jegy minél pontosabban tükrözze a hallgató tudását, a feladatbázist felül kell vizsgálni és bővíteni kell. A cikkben egy mintateszt segítségével bemutatjuk, hogy milyen statisztikát készít az e-learning és ezt hogyan tudjuk használni feladatbázisunk és osztályozási módszerünk javítására.

1. Egy mintateszt eredményei

Az online tesztekkel való vizsgáztatásnak számos előnye van. Egységes szerkezetet lehet biztosítani, mely javítja az átláthatóságot. Az értékelés objektívebb, a hallgatók sem kérdőjelezik meg. Fontos megemlíteni, hogy az online számonkérés papírkímélő és higiénikus. Több eltérő, de azonos jellegű és erősségű dolgozatot lehet véletlenszerűen generálni és az eredményeket könnyű visszakeresni, így a dokumentálás és az érdemjegy generálása is leegyszerűsödik. Igen nagy előnye, hogy a hallgató azonnal látja a teljesítményét [1].

Ahhoz, hogy a hallgatók ne legyenek „alulteljesítők" az online teszten, bizonyos rutinnal kell rendelkezniük az online tesztek működésével kapcsolatban. Ennélfogva célszerűnek láttunk egy mintateszt közzétételét a Matematika Szigorlathoz tartozó e-learning kurzusban. A mintatesztben 10 elméleti kérdés és 10 gyakorlati feladat szerepelt. Az elméleti kérdések mindegyike maximum két pontot ért, itt nem volt büntető pont a helytelen válaszért. A gyakorlati kérdések mindegyike három pontot ért, viszont a helytelen válaszért -1 pont járt. Ha valaki a következő feladatra lépett, már nem léphetett vissza egy előzőhöz. A szabályokról a vizsgázók a teszt megkezdése előtt tájékoztatót kaptak, lásd 1. ábra.

After you pressed the Next page button you can not go back to the previous question.

Each exercise has only one right answer. Correct answer: 3 pts, wrong answer: -1 pt, no answer: 0 pt.

Theoretical questions: 10×2 pts

Exercise: 10×3 pts

Max: 50 pts

Mark ranges:

43-50 points: good (4) or students can continue with an oral exam for grade (5).

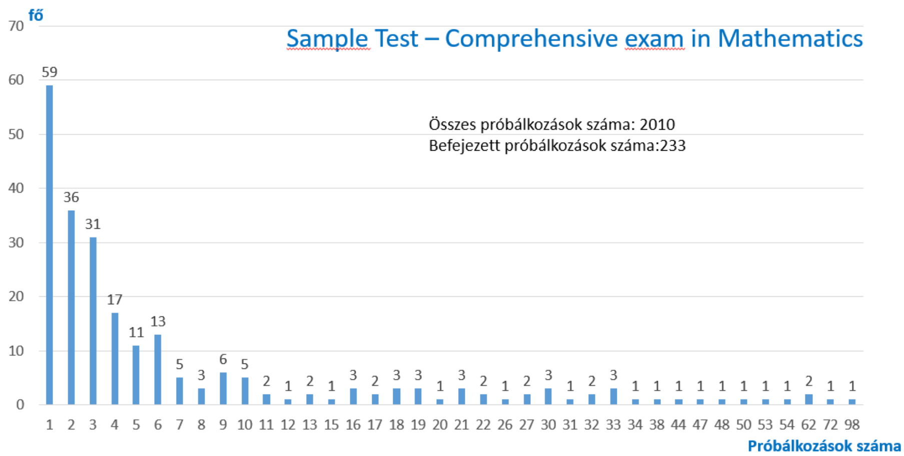
35-42points: satisfactory (3) (There is no oral part, this is the final grade.)

25-34 points: pass (2) (There is no oral part, this is the final grade.)

0-24 points: fail (1) (the student failed and should try to take the exam on another exam day).

1. ábra: Tájékoztató az online teszthez

A mintatesztet 2010 alkalommal kezdték el és 233 befejezett próbálkozás született (2. ábra). Volt olyan hallgató, aki 98-szor töltötte ki ugyanazt a tesztet.



2. ábra: Hallgatói próbálkozások száma

A Moodle rendszer által a hallgatók által kitöltött mintateszt-eredményekre elsődlegesen szolgáltatott adatokat az alábbi táblázat (3. ábra) tartalmazza:

Az első próbálkozások átlagos pontszáma	25,99%
Az összes próbálkozás átlagos pontszáma	23,33%
Az utolsó próbálkozások átlaga	38,62%
A legjobb osztályozott próbálkozások átlaga	53,61%
Medián pont (legjobb osztályozott próbálkozás esetén)	58,00%
Szórás (legjobb osztályozott próbálkozás esetén)	38,17%
Pontszámeloszláshoz tartozó aszimmetria (legjobb osztályozott próbálkozás	-0,1573
Pontszámeloszláshoz tartozó csúcsosság (legjobb osztályozott próbálkozás	-1,6096
Hibaarány (legjobb osztályozott próbálkozás esetén)	23,11%
Standard hiba (legjobb osztályozott próbálkozás esetén)	8,82%

3. ábra: Mintateszt statisztikája I.

A Moodle szerint 50-75% között jó az átlag, ha ezen kívül esik, akkor érdemes változtatni a feladatsoron. Ha az adatsoron belül nincs nagy eltérés, akkor a medián az átlaghoz közeli szám, ami itt elmondható a legjobb osztályozott próbálkozások esetén. A szórás arról tájékoztat bennünket, hogy a számtani közép körül mennyire szóródnak, átlagosan hogyan helyezkednek el az adatok.

A nagy szórás egyik oka az lehet, hogy egy gyakorlótesztet rákészülés nélkül is kitöltenek a tanulók, nincs tétje. Másik viszont a Moodle által szolgáltatott adatokból derül ki: mivel a teszt szerkesztésénél nem jelöltük meg, hogy visszajelzésként a hallgatók kapják meg a helyes válaszokat a feladatokra – azaz, hogy megtudják a javítókulcsot – a hallgatók próbálkozással találták ki, hogy mi is lehet az.

Ha 1-nél nagyobb abszolútértékű az aszimmetria, akkor nincs megfelelő megkülönböztetés a „tömegen belül". Mivel itt negatív szám, a tömeg kicsit jobb volt az átlagnál (kb szimmetrikus a gyakorisági görbe; ugyanis a viszonyítás alap mindig az azonos szórású normális eloszlás gyakorisági görbéje). A csúcsosság optimális értéke 0 és 1 között van. Itt laposabb a gyakorisági görbe, az azonos szórású normális eloszlás gyakorisági görbéjéhez képest.

A hibaarány azt mutatja itt, hogy a pontszámok szóródásának 23,11%-a véletlen, a maradék 76,89% pedig a tanulók különböző tudásából ered.

A standard hiba azt mutatja meg, hogy az egyes tanulók pontszámaiban mennyi a véletlen hiba. 8% már általában egy jegy különbséget jelent, így megállapíthatjuk az eredmények alapján, hogy a tanulók egy része rosszul osztályozott lesz.

A kérdésfeltevés 17 típusát kínálja fel a Moodle a kérdésbank szerkesztésekor [2]. A mintatesztben a tíz elméleti kérdésből hat feleletválasztós (F), három kiegészítendő (K) és egy számjegyes (Sz) volt. A 4. ábra az elméleti kérdések statisztikáját tartalmazó táblázat.

Kérdés száma	Kérdés típusa	Eszközmutató	Szórás	Véletlen találgatás pontszáma	Tervezett súly	Tényleges súly	Diszkriminációs index	Diszkriminációs hatékonyság
1	F	72,10%	44,95%	25,00%	4,00%	3,62%	50,78%	64,06%
2	F	66,52%	47,29%	25,00%	4,00%	3,90%	56,40%	65,62%
3	K	68,24%	46,65%	0,00%	4,00%	4,00%	60,79%	72,07%
4	K	45,06%	49,86%	0,00%	4,00%	4,33%	67,26%	75,33%
5	Sz	59,23%	49,25%	0,00%	4,00%	4,48%	73,65%	81,22%
6	F	57,51%	49,54%	25,00%	4,00%	4,52%	74,64%	81,76%
7	K	47,21%	50,03%	0,00%	4,00%	4,45%	71,04%	78,45%
8	F	69,10%	46,31%	25,00%	4,00%	4,17%	67,38%	81,31%
9	F	60,52%	48,99%	25,00%	4,00%	4,40%	71,14%	79,13%
10	F	59,23%	49,25%	25,00%	4,00%	4,52%	74,89%	82,41%

4. ábra: Mintateszt statisztikája II.

A Moodle szerint az eszközmutató az alábbiak szerint értelmezhető %-ban értve:

<5 esetén a kitűzött feladat nagyon nehéz vagy rossz, 6-tól 10-ig nagyon nehéz, 11-től 20-ig nehéz, 21-től 34-ig kicsit nehéz, 35-től 64-ig átlagos, 65-től 80-ig elég könnyű, 81-től 89-ig könnyű, 90-től 94-ig nagyon könnyű 95-től 100-ig kivételesen könnyű.

A táblázatból kiolvasható, hogy a mintateszt feladatai közül hat átlagos, négy pedig elég könnyű a hallgatók által kitöltött mintatesztek alapján. A 4. kérdés - mely kiegészítendő típusú volt - bizonyult a hallgatók számára a „legnehezebbnek''. Körültekintőnek kell lenni a kiegészítendő kérdés szerkesztésekor a válaszalternatívák megadásánál, különös tekintettel a külföldi hallgatóknál, amint azt az 5. ábra mutatja.

Let φ be a linear transformation on $\mathbb{R}^n$. A $\lambda \in \mathbb{R}$ is called an .... of φ if $\varphi(\underline{x}) = \lambda \cdot \underline{x}$ holds with some non-zero $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$.

Answer:

Hallgatói válszok			
eigenvalue	lagrange	eigen value	homogenous
Eigenvalue	eigen vector	90	eugenvalue
Rn=45jvh	homogeneous	Function	scalar
eiganvalue	axiom	linear transformation	N nb
image	scalar multiplication	Variable	iirational
2	eigan value	polynomial	eigen
eigenvector	stretch	eigen values	[Nincs válasz]
linear function	66	Eigen value	Eginevalue

5. ábra: A 4. elméleti kérdés és a válaszok

Ha az eszközmutató nagyon magas, vagy alacsony, akkor a szórás nem lehet nagy. Itt ilyenre példát nem látunk. Véletlen találgatással nyilván nem szereztek pontot a hallgatók a kiegészítendő és számjegyes kérdéseknél. Választásos kérdéseknél értelmezhető a „véletlen találgatás pontszáma'' százalékban kifejezve; 40% fölött nem kielégítő. A mintatesztben a feleletválasztós kérdéseknél 4 válaszlehetőség volt. Az elméleti kérdésnél büntetőpont nem volt, így tippelni érdemes.

A tervezett súly azt mutatja meg, hogy a kérdésen elérhető pontszám terveink szerint hány százaléka az összpontszámnak. A tényleges súly pedig azt, hogy a teszteredmények szóródásának hány százaléka származik ténylegesen az adott kérdésből. Ideális esetben a tényleges és a tervezett súly között nem nagy az eltérés.

Az úgynevezett diszkriminációs index az adott kérdésen elért pontszám és a többi kérdésen elért pontszám korrelációját mutatja meg %-ban kifejezve; lényegében ebből látható, hogy az adott kérdés mennyire tudja hatékonyan megkülönböztetni a jó és a kevésbé jó diákokat. Értelmezése azonban kissé nehézkes, mert maximuma nem mindig 100%. A Moodle szerint az adott kérdés nagyon jól megkülönböztet, ha %-ban kifejezve a diszkriminációs index nagyobb, mint 50. Megfelelő a megkülönböztetés 30-tól 49-ig, gyenge 20-tól 29-ig és nagyon gyenge 0-tól 19-ig.

A nagyon könnyű vagy nagyon nehéz kérdések nem különböztethetik meg a különböző képességű diákokat. 50% alatti diszkriminációs hatákonyság azt jelenti, hogy a kérdés nem igazán hatékony a megkülönböztetésben.

A tíz gyakorlati kérdés tekintetében megjegyzendő, hogy minden feladat átlagos nehézségűnek bizonyult a hallgatók számára, lásd 6. ábra.

Kérdés száma	**Kérdés típusa**	**Eszközmutató**	**Szórás**	**Véletlen találgatá**	**Tervezett súly**	**Tényleges súly**	**Diszkriminációs index**	**Diszkriminációs hatékonyság**
11	F	49,36%	56,57%	-6,67%	6,00%	5,80%	69,47%	74,24%
12	F	49,93%	55,37%	-6,67%	6,00%	5,91%	74,49%	79,69%
13	F	51,36%	55,18%	-6,67%	6,00%	5,94%	75,72%	81,45%
14	F	59,51%	52,21%	-6,67%	6,00%	5,81%	77,13%	86,62%
15	F	41,63%	55,95%	-6,67%	6,00%	5,59%	64,29%	68,76%
16	F	54,65%	54,65%	-6,67%	6,00%	5,76%	71,25%	77,43%
17	F	41,49%	55,58%	-6,67%	6,00%	5,64%	66,15%	71,25%
18	F	50,79%	54,32%	-6,67%	6,00%	5,76%	71,88%	77,25%
19	F	49,64%	55,20%	-6,67%	6,00%	5,65%	67,22%	71,82%
20	F	42,06%	56,52%	-6,67%	6,00%	5,75%	68,03%	72,86%

6. ábra: Gyakorlati kérdések statisztikája

A tervezett és tényleges súlyokat figyelembe véve elmondható, hogy a gyakorlati feladatok közül egyiknek sincs akkora szerepe a pontok szóródásában, mint amekkora a tervezett volt, de elég közel van a tervezetthez.

2. Összegzés

A fentiek alapján a következőket tűzhetjük ki célul:

- A feleletválasztós elméleti kérdéseknél büntetőpont bevezetése,
- a kiegészítendő kérdéseknél a válaszalternatívák körültekintő megadása,
- a gyakorlati feladatoknál egy vagy két nehezebb feladat adása annak céljából, hogy a „kiemelkedő'' hallgatók megkülönböztethetőek legyenek a „jó'' hallgatóktól.

A hallgatók számára a félév során célszerű lenne kötelezővé tenni az egyes tanagyagok végén online mintatesztek határidőhöz kötött sikeres kitöltését, ösztönözve ezzel a rendszeres tanulást.

Felhasznált irodalom

[1] Dobák Dóra, Az online vizsgáztatás pedagógiai jelentősége, Doktori Disszertáció, Eötvös Lóránd Tudományegyetem Pedagógiai és Pszichológiai Kar, 2011.

[2] Vámosi Attila, Tippek és trükkök Moodle számonkérés készítéséhez, International Journal of Engineering and Management Sciences (IJEMS) Vol. 2. (2017). No. 2.