

Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2013/2014

11. évfolyam

1. Egy matematikus hajlamú kincskereső három ládikót talál, melyek mindegyikén egy-egy felirat olvasható:
(1) Az arany ebben a ládikóban van.
(2) Az arany nem ebben a ládikóban van.
(3) Az arany nem az első ládikóban van.
Melyik ládikóban van az arany, ha a három felirat közül legfeljebb egy igaz, és pontosan egy olyan ládikó van, amelyikben van arany?
2. Legyen $h(x)$ másodfokú polinom. Bizonyítsa be, hogy a $h(x + 1) - 2h(x) + h(x - 1)$ kifejezés értéke az x valós számtól független állandó!
3. Legyen p rögzített prímszám, s legyenek $a; b; c; d$ páronként különböző egészek. Tegyük fel, hogy az r egész szám eleget tesz az $(r - a)(r - b)(r - c)(r - d) = p^2$ összefüggésnek. Igazolja, hogy ekkor r az $a; b; c; d$ számok számtani közepe!
4. Mutassa meg, hogy bármely konvex hatszög szemközti oldalfelező pontjait összekötő szakaszokból szerkeszthető háromszög!
5. Határozza meg azokat az $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ függvényeket, amelyek minden $x; y$ valós számpár esetén kielégítik az $f(x) - f(y) \leq (x - y)^2$ egyenlőtlenséget!