

## Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2012/2013

### 10. évfolyam

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$|x - 2012| - |x - 2013| = |2013 - x| - |2012 - x|$$

2. Mennyi az alábbi  $S$  összeg értéke?

$$S = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

3. Az  $ABCD$  konvex négyszög átlóinak metszéspontja  $O$ . Igazolja, hogy az  $ABO$  és  $CDO$  háromszögek területének szorzata egyenlő a  $BCO$  és  $DAO$  háromszögek területének szorzatával!

4. Mely  $x$  egész szám esetén lesz  $\frac{2x+1}{3x+1}$  is és  $\frac{x-2}{4x+1}$  is egész szám?

5. Az  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalának egyik belső pontja  $P$ . Az  $AP$  egyenes az  $ABC$  háromszög köré írt körét a  $Q$  pontban metszi. Adja meg azt a  $P$  pontot, amelyre  $\frac{AP}{PQ}$  minimális!